

מבוא ל- צפיפות (Density Matrices) ומתן קוונטים מודרניים

בהנחה זו, סוף סוף, נחזיר את ה-framework הנ"ל
 של חילוק קוונטי - פונקציה ממשית "שליבתית" להבחין מתי עדיף
 לא כפי שגם ספיריט - עם הנהגה ומאפיינים רחוקים קצת
 ממשית - נקודה במרחב איננה היא נקודה עם אף הכרחיות באופן
 מובחנת עם חילוק קוונטי באופן "רשמי", ואנחנו רוצים קוונטיות, קריסטליניות
 קוונטיות וכו'.

דין את - לכתוב - רוב המילים הן דמיוניות - ניסיון יחיד של ישרה
 הזאת: ללא ואינם רוצים להעלות את קיומיהם לשונית (ממשית)
 במה EPR. אנו חוצים חלקים אלו (הוא) - המערכת - מנקודה
 ממשית של איננה בלבד. היא דיווח מנקודה אחת או הוצע אסטרטגיה
 דקוונטיות (הוא) של "האקסן" קורה דמיונית - היא כדור ממשית
 ה "מדידת מדידה" מנקודה של קצה רחוק מנקודה זו אסטרטגיה
 פסיקה" את הדבר דבר אסטרטגיה. אכן, חילוק של איננה כדור ממשית
 אורב אלו ממשית חלקים וקורה במשך החלום. פסיקה - לא - חלקים
 סגוריה - גם את ממשית באינטואיציה - ואם היא נקודה ממשית
 ממשית חלקים דקוונטיות אלו איננה חלקים ממשית - אורב חלקים
 חלקים של ממשית - ממשית חלקים של חלקים ממשית חלקים.

ללא ואין איננה וקורה ממשית EPR

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)$$

את דבר אלו ממשית אלו - חלקים של דקוונטיות חלקים חלקים
 חלקים אלו - חלקים של חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים
 חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים
 חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים
 חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים חלקים

$$\frac{1}{2}|0\rangle + \frac{1}{2}|1\rangle$$

- האם אולי זה לא נכון? נראה לא נכון
הנהגה אולי

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle = |+\rangle$$

לכן, אם נחזור קצת $|+\rangle, |-\rangle$ נגלה האם זהו נכון
+ נבדוק בו אולי נמצא: $|+\rangle$ זה $\frac{1}{2}$ ו- $|-\rangle$
זה $\frac{1}{2}$, נקרא $|+\rangle$ זה $\frac{1}{2}$.

אם נבדוק, זה לא נכון? $|+\rangle, |-\rangle$ נכון כי

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle)$$

אכן זהו $\frac{1}{2}$ אולי נמצא $|+\rangle$ וזה $\frac{1}{2}$ $|-\rangle$.

נראה כאילו ישנו עניין - מהו קשר זה? אולי, אולי
אנחנו לא יודעים לזה שכן זהו קשר, נראה שזה
בדיוק - לכן זהו קשר זה. הנהגה אולי.
זה הפעולה הזו:

אולי ישנו ניסוי פשוט וזה - אולי זה הפעולה
זה שיהיה קשר בין שני העצמים! אולי זה יבנה
למה בין זה $\frac{1}{2}$ $|+\rangle$ זה $\frac{1}{2}$ $|-\rangle$. אולי זה
פשוט - אולי זהו קשר זה. אולי זהו קשר זה.
אולי זהו קשר זה.

הקדמי מילוי אצל ד"ר יוסטס — מה רץ בה מלה $|\psi\rangle$ ומה
 $|\psi\rangle$ בדרך כלל, סביר להניח שהם מלה של אדם כי
 היא נמצאת בחלקי דברים קטנים. כל הדין נמצא גם אצל האדם הזה.
 ואם נבדוק את האדם הזה — נמצא מילוי מילוי של מלה מלאה!
 בתפוצה — אצל — מלה קולית.

נניח שיש לנו בתפוצה — מלה $|\psi_1\rangle, \dots, |\psi_m\rangle$ באי $|\psi_i\rangle$ קיים
 בהסתברות p_i . כל $p_i \geq 0$, $p_1 + \dots + p_m = 1$. נניח שיש לנו
 mixed state — כל המסומנות $|\psi_1\rangle, \dots, |\psi_m\rangle$.
 (מילוי, מלה — אולי אולי מלה מילה דגש מילה, נניח
 כך ב מ מילוי מילוי רץ מילוי).

$$P[i \text{ מילוי}] = \sum_{j=1}^m p_j |\langle u_i | \psi_j \rangle|^2$$

p_j — המלה המילוי והיא
 המלה $|\psi_j\rangle$ והמלה המלה,
 כלומר, המלה המילוי i
 היא $|\langle u_i | \psi_j \rangle|^2$

$$= \langle u_i | \underbrace{\sum_{j=1}^m p_j |\psi_j\rangle \langle \psi_j|}_{\text{density matrix } \rho} | u_i \rangle$$

$$= \langle u_i | \rho | u_i \rangle$$

לספק. אם יש מלה מילוי — $\{p_j, |\psi_j\rangle\}$: $\{q_j, |\varphi_j\rangle\}$
 "מלה" — אולי, כלל, כלל.

$$\sum_j p_j |\psi_j\rangle \langle \psi_j| = \sum_j q_j |\varphi_j\rangle \langle \varphi_j|$$

אם יש סדרה של ρ_j אזי היא נקראת סטתית

אם ρ היא סתירה אזי היא נקראת סטתית $\rho \rightarrow$ סתירה

הסתירה ρ היא סתירה של ρ_j ו- $|\psi_j\rangle$ $\rho = \sum_j p_j |\psi_j\rangle\langle\psi_j|$ Density Matrix ρ היא סתירה

$$\rho = \sum_j p_j |\psi_j\rangle\langle\psi_j|$$

היא סתירה
היא סתירה

אם $|\psi\rangle$ היא סתירה אזי היא נקראת סטתית $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ pure quantum state ρ היא סתירה

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$$

היא סתירה $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$

אם ρ היא סתירה אזי היא נקראת סטתית $\rho = \frac{1}{2}(|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|)$ pure quantum state ρ היא סתירה

$$\frac{1}{2}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{2}|1\rangle\langle 1| = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} I$$

אם ρ היא סתירה אזי היא נקראת סטתית $\rho = \frac{1}{2}(|+\rangle\langle +| + |-\rangle\langle -|)$ pure quantum state ρ היא סתירה

$$\frac{1}{2}|+\rangle\langle +| + \frac{1}{2}|-\rangle\langle -| = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} I !$$

תכונה 1 - ρ הוא חיובי
 תכונה 2 - ρ הוא עצמי
 * ρ הוא חיובי.

$$\rho = \sum p_j |\psi_j\rangle \langle \psi_j|$$

$$\Rightarrow \rho^\dagger = \sum \underbrace{\bar{p}_j}_{p_j} \underbrace{|\psi_j\rangle \langle \psi_j|^\dagger}_{|\psi_j\rangle \langle \psi_j|} = \rho$$

$$\text{tr} \rho = 1 \quad * \text{כך נרמז}$$

* $\rho \geq 0$ - ρ הוא PSD (Positive Semi-Definite) כלומר, $\langle u | \rho | u \rangle \geq 0$ לכל u .

$$\langle u | \rho | u \rangle \geq 0$$

כל u

$$\langle u | \rho | u \rangle = \sum p_j \underbrace{\langle u | \psi_j \rangle \langle \psi_j | u \rangle}_{\|\langle u | \psi_j \rangle\|^2 \geq 0} \geq 0$$

קרי: אחר-כך נראה: בהינתן ρ חיובי, $\langle u | \rho | u \rangle \geq 0$ לכל u .
 כלומר: ρ הוא חיובי.

הערה:

(1) ρ חיובי: $\rho \geq 0$
 (2) $\text{tr} \rho = 1$
 (3) ρ הוא עצמי.

12/12

$$\rho = \sum_{j=1}^d p_j |\psi_j\rangle \langle \psi_j|$$

$$P_j \geq 0 \quad j=1, \dots, n$$

$$0 \leq \langle \psi_j | \rho | \psi_j \rangle = p_j$$

und $\therefore 1 = d_1 + \dots + d_n$ fix $\therefore 1 = d_1 + \dots + d_n$.

$\sum_j (p_j, |\psi_j\rangle) \}^d_{j=1}$ $\rightarrow$ $\rho \ll$

[illegible]

$P \in \mathbb{C}^{d \times d}$ is a Hermitian matrix with non-negative eigenvalues. $\Rightarrow$ PSD.

$p \in \mathbb{R}^d$ וקטור ישרן $\rightarrow$ $\sum p_i = 1$ $\forall p_i \geq 0$ $\rightarrow$ p נקרא וקטור סטוכסטיק
 במרחב סטוכסטיק הסתברות $\rightarrow$ p וקטור $\rightarrow$ $\sum p_i = 1$ $\forall p_i \geq 0$ $\rightarrow$ p נקרא וקטור סטוכסטיק
 $\rightarrow$ p וקטור סטוכסטיק $\rightarrow$ $\sum p_i = 1$ $\forall p_i \geq 0$ $\rightarrow$ p נקרא וקטור סטוכסטיק

כדי להבין את מה קורה ב- ψ (מ-הנה) בתוך שדה קוונטי ("חל") קידמו 6
דברים חשובים על - ψ - זהו א ג מלאי — ומילוי. (זהו)
אין 2 הסבר — אינו משהו במהלך הזמן.

ללא מילון מפורט - $\underbrace{\text{אנחנו}}_{\text{אנחנו}} \text{ מנסים} \text{ } \{ (p_j, |\psi_j\rangle) \}$ - כלומר, כלומר

$$\sum_j p_j \ln 1/p_j$$

אין ארץ ישראל - יבנה - יבנה - יבנה

$$\sum_j p_j \langle \psi_j | X | \psi_j \rangle = \langle \underline{X} \rangle$$

אמן, בן דוד חכם גדול
אמן, בן דוד חכם גדול

$$\rho \xrightarrow{U_i} U_i \rho U_i^\dagger$$

מה יחלי מה יקרה? יום חמישי, 15 במרץ 1948. חתונה
בבית הוריו של אבי, 15 במרץ 1948. חתונה

$$\{(\rho_{ii}, |i\rangle)\}$$

$$\begin{pmatrix} p_{11} & \dots & p_{1d} \\ \vdots & & \vdots \\ p_{d1} & \dots & p_{dd} \end{pmatrix} = P \xrightarrow[\text{JCOV}]{\text{COV} \text{ מ' } 3' N} \begin{pmatrix} p_{11} & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & & p_{dd} \end{pmatrix}$$

הנהגתו של ה"מלך" - הנהגתו של ה"מלך" - הנהגתו של ה"מלך"

$$\frac{1}{\alpha} I = \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha} & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{1}{\alpha} \end{pmatrix}$$

[d] & -i'ne k'o:n j'sk n'a ne

הקדמה: נסביר כי דקלואה $\rightarrow$ ASP הינן חסרות

$$|g_H\rangle \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{\sqrt{|H|}} \sum_{h \in H} |g_h\rangle$$

עצם $g \in G$ ו"לכיוון זה אלא שיש $a \in G$ ה- x פסד
כן, ה- y פסד. במקרה זה a חסר- x פסד

72/8m 72m 8

$$\left\{ \left(\frac{1}{|G|}, |g|K \right) \right\}_{g \in G}$$

כאשר $\alpha = 0$ ו- $\beta = 1$ מתקבל $\frac{1}{2}$ - זהו הממוצע.

$$\rho_H \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} |g^H \times g^H|$$

ASP state → has
 the right to stop
 the process, and
 the right to stop
 the process.

$\rho_H \otimes t$

[illegible]

אם $|\psi\rangle_A$ ו- $|\phi\rangle_B$ הם מצבים עיליים עצמאיים, המכונים **מצבים מנותנים** (separable states) אז המצב המשותף $|\psi\rangle_A \otimes |\phi\rangle_B$ הוא מצב מנותן.

$$|\psi\rangle_A \otimes |\phi\rangle_B$$

הצורה הכללית היא:

$$\rho_A = \sum a_{ij} |i\rangle\langle j|$$

$$\rho_B = \sum b_{kl} |k\rangle\langle l|$$

אם ניקח

$$\rho_A \otimes \rho_B = \sum_{ijkl} a_{ij} b_{kl} (|i\rangle\langle j| \otimes |k\rangle\langle l|)$$

נבין כי אם ניקח את ρ_A ו- ρ_B ונכפילם זה בזה

$$\rho_A \otimes \rho_B \text{ שווה ל- } \rho_{AB} \quad *$$

$$\text{Tr}(\rho_A \otimes \rho_B) = \text{Tr}(\rho_A) \cdot \text{Tr}(\rho_B) = 1 \quad *$$

$$(\rho_A \otimes \rho_B)^+ = \rho_A^+ \otimes \rho_B^+ = \rho_A \otimes \rho_B \quad *$$

$$\rho^{\otimes t} = \underbrace{\rho \otimes \dots \otimes \rho}_t$$

אם ניקח

המאפיין החשוב ביותר של ρ הוא **Fidelity**, נוסחא $F(\rho, \sigma)$ היא המידה של הדמיון בין שני מצבים ρ ו- σ .
 נוסחא $F(\rho, \sigma) = \left(\sum_i \sqrt{\lambda_i} \right)^2$ כאשר λ_i הם הערכים העצמיים של $\sqrt{\rho} \sigma \sqrt{\rho}$.
 נוסחא $F(\rho, \sigma) \geq 1 - \epsilon$ מוביל ל- $\log(1/\epsilon)$ קופיות של ρ ו- σ כדי להבחין ביניהם.

לסיום מה נחלים ב יתקן ממשלם נקודות דהקד גרילר
 (כדי לשלם ייע"ן כשדוקונו ב חסר פ.ל.ס.ל.)

תהי $M_1, \dots, M_m$ אופרטורים $\mathbb{C}^{d \times d} \ni$ ג א"י
 $i \in [m]$ מ"ל מולא מ"ל אופרטור גרילר הי"ל ב אופרטור
 הי"ל שכן יק"מ

$$\sum_{i=1}^m M_i^\dagger M_i = I$$

נבא הסת — א — תהי גרילר שזר מ"ל סהר $|\psi\rangle$ ר"ל
 תהי גרילר, רק סהר $M_1, \dots, M_m$ שזר נ"ל שזר ס"ל
 מ"ל אסר גרילר א — יע"ן $i \in [m]$ דהסדק

$$p(i) = \langle \psi | M_i^\dagger M_i | \psi \rangle \quad \forall i \in [m]$$

$$\frac{M_i |\psi\rangle}{\sqrt{\langle \psi | M_i^\dagger M_i | \psi \rangle}} \quad \text{ק"מ גרילר גרילר ק"מ ג}$$

$$p(i) \geq 0 \quad \text{ר"ל } i \quad \text{ר"ל } p(i) \geq 0$$

$$\sum_i p(i) = \sum \langle \psi | M_i^\dagger M_i | \psi \rangle = \langle \psi | \sum M_i^\dagger M_i | \psi \rangle$$

$$\langle \psi | I | \psi \rangle = 1$$

כ"ל מ"ל — סהר

(general measurement) מ"ל סהר גרילר — מ"ל
 מ"ל מ"ל — מ"ל סהר סהר א"ל
 מ"ל $M_i = |\psi_i\rangle \langle \psi_i|$ מ"ל

$$M_i^\dagger M_i = |\psi_i\rangle\langle\psi_i| \Rightarrow \sum_{i=1}^d M_i^\dagger M_i = I$$

מ'קבל שכל אחד מה M_i הוא אופרטור קומוטציה עם ρ וכל אחד מה M_i הוא אופרטור קומוטציה עם ρ

כל M_i הוא אופרטור קומוטציה עם ρ וכל אחד מה M_i הוא אופרטור קומוטציה עם ρ

$$\rho = \sum p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$$

$$P_r[m'] = \sum_i p_i \langle \psi_i | M_{m'}^\dagger M_{m'} | \psi_i \rangle$$

$$= \langle \psi_i |$$

$$= \sum_i p_i \text{tr}(\langle \psi_i | M_{m'}^\dagger M_{m'} | \psi_i \rangle)$$

$$= \sum_i p_i \text{tr}(|\psi_i\rangle\langle\psi_i| M_{m'}^\dagger M_{m'})$$

$$= \text{tr}(\sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i| M_{m'}^\dagger M_{m'})$$

$$= \text{tr}(\rho \cdot M_{m'}^\dagger M_{m'})$$

$$\frac{M_{m'} \rho M_{m'}^\dagger}{\text{tr}(\rho M_{m'}^\dagger M_{m'})}$$

זהו אופרטור קומוטציה עם ρ