

שבת 5 ספירה

קיסיון

גיל כהן

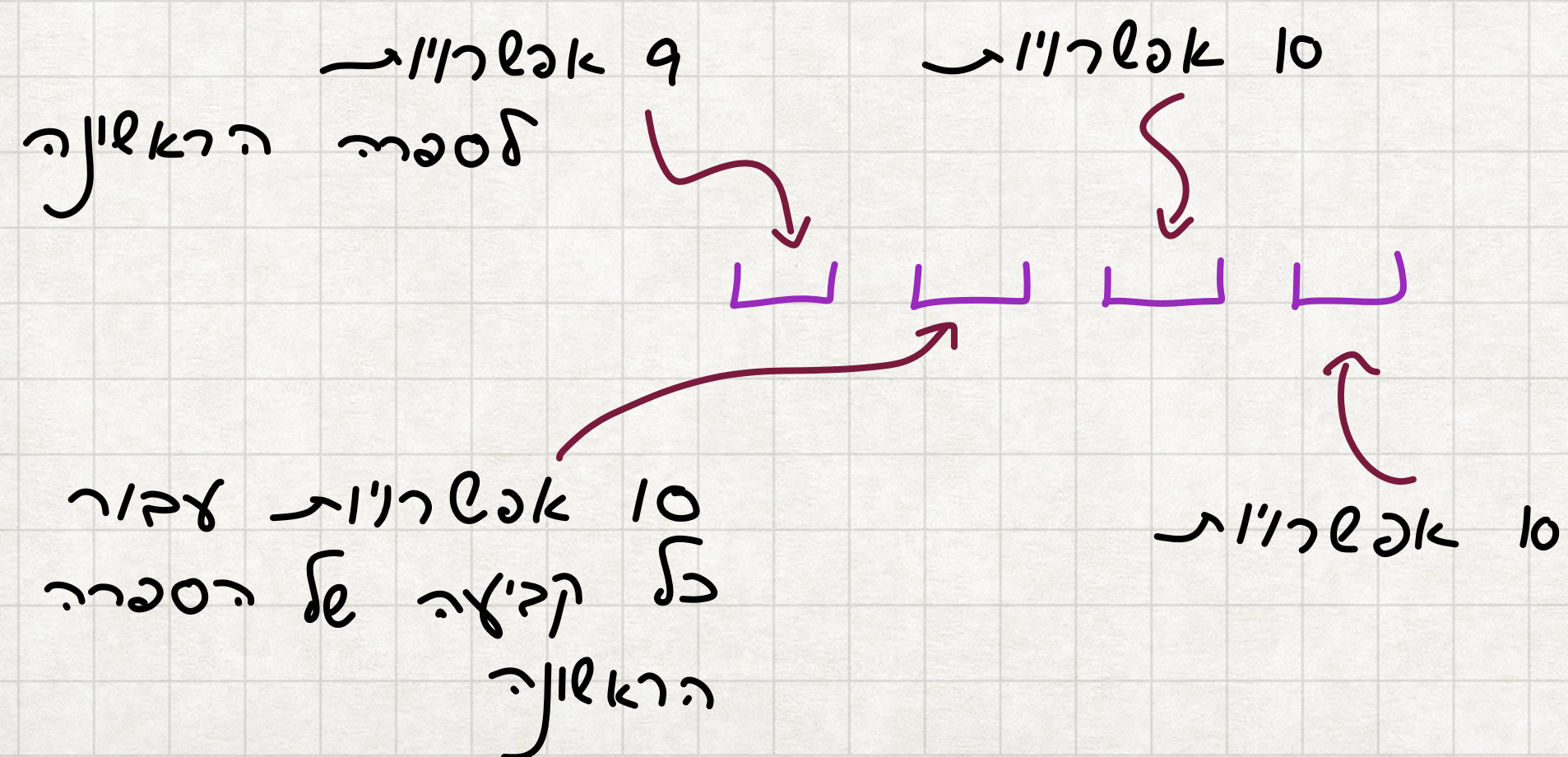
שאלה 1

כמה מספרים טבעיים קטן מ-4 ספרות יש?

פתרון קל אך לא מוציא

$$|\{x \in \mathbb{N} \mid 1000 \leq x \leq 9999\}| = 9999 - 1000 + 1 = 9000$$

פתרון מסובך ייתכן שיש



ציקרון
הכפל
 \Rightarrow

$$9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000$$

צ'קרונ הכבל

אם ניתן ~~לכתוב~~ את איברי הקבוצה המוקלטת A ד-ה n שלבים כך
שכל שלב $n \geq i \geq 1$ יש k_i אפשרויות ללא תלות בהחלטת הקודמות.
אז

$$|A| = \prod_{i=1}^n k_i$$

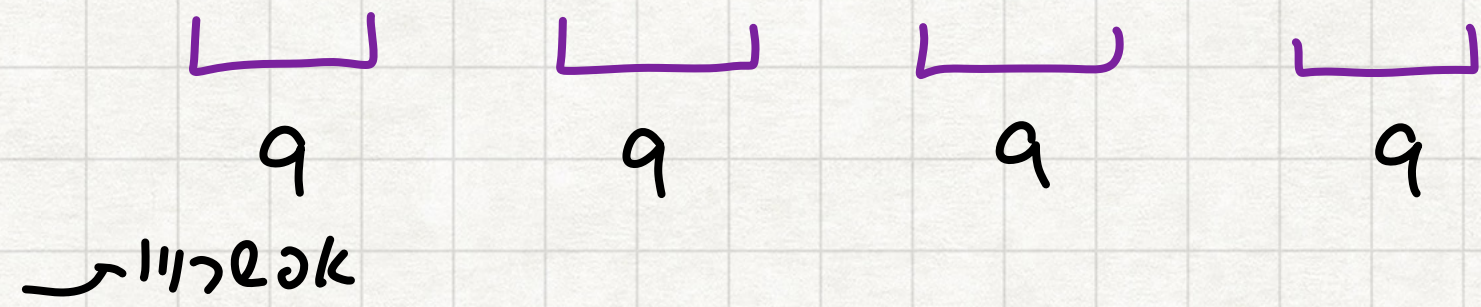
שאלה 2

כמה שאלות 1 אק לא זוג ספרות סמוכות זהות.

שאלה 2

כמה שאלות ו אקדמא של ספרים סמוכות זהות.

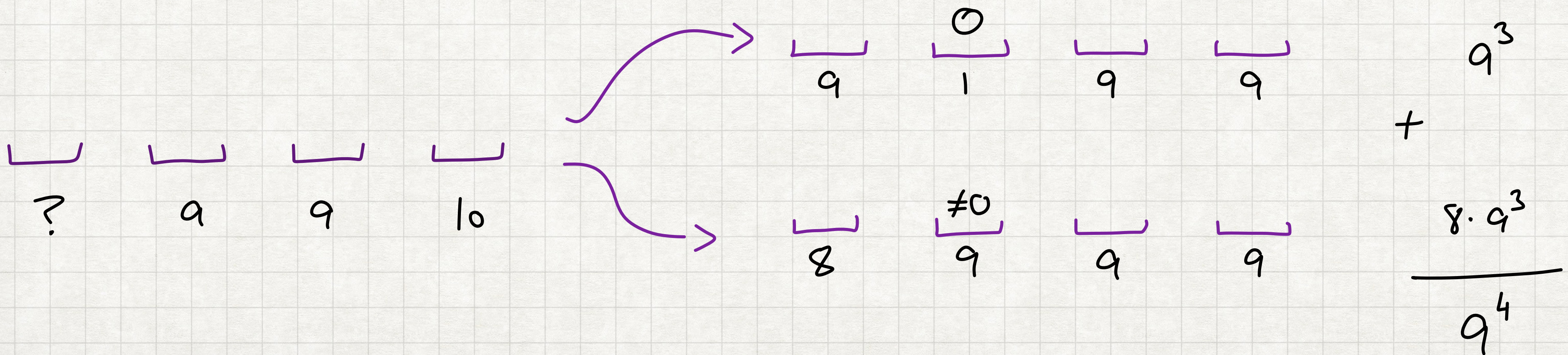
פתרון



$$\Rightarrow 9^4$$

$$k_1 = \dots = k_4 = 9$$

אבל מה אם היינו מתחילים מ-1?



ציקרון החיבור

אם ניתן לכתוב את איברי הקובץ A באופן כזה שכל איבר שייך לאחת מבין n קבוצות אפשריות A_1, \dots, A_n שהן זרות אז

$$|A| = \sum_{i=1}^n |A_i|$$

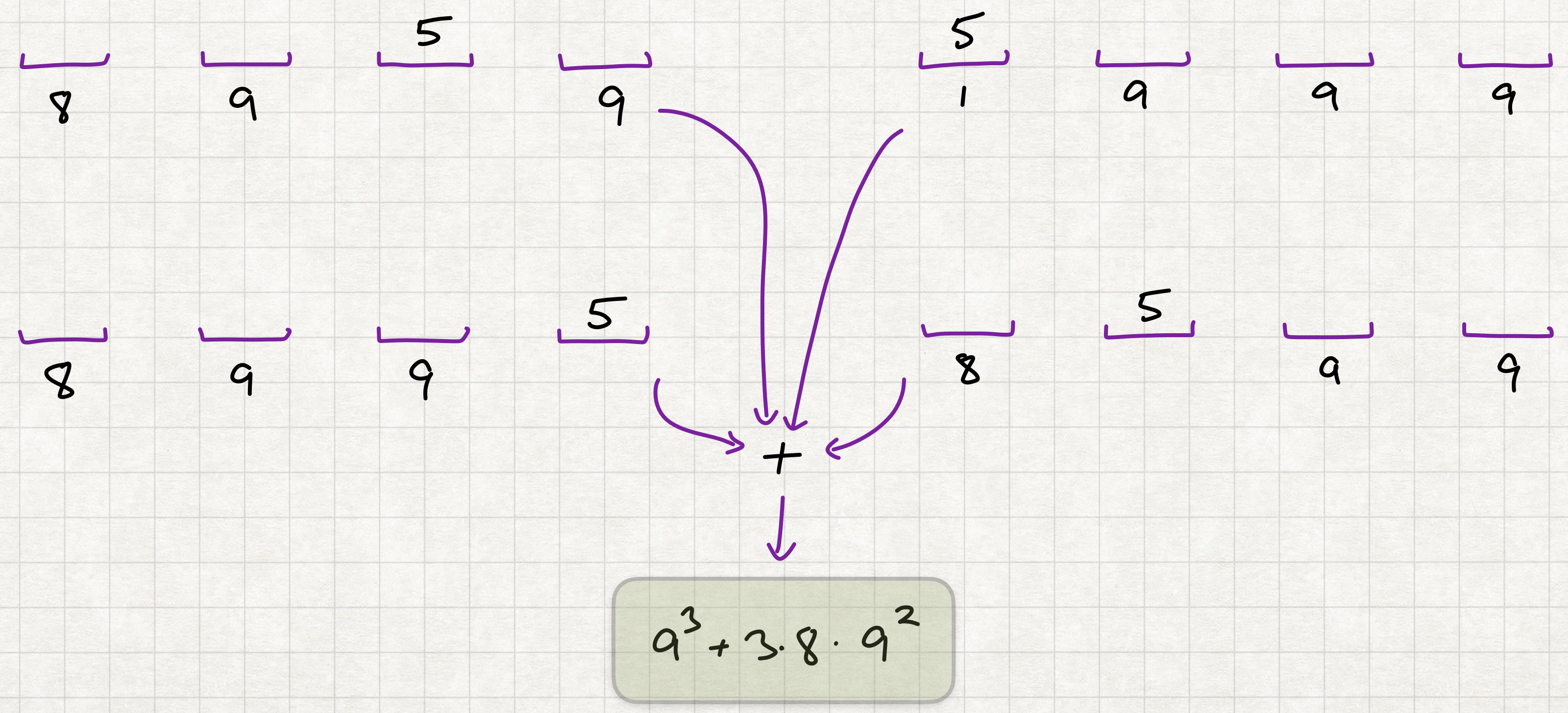
שאלה 3

כמה שאלות 1 בן להספרי 5 מופעה קציק פעם אחת.

לאדם 3

כאן לאדם 1 כן להסירה 5 מופצה קצוץ פעם אחת.

פירוק

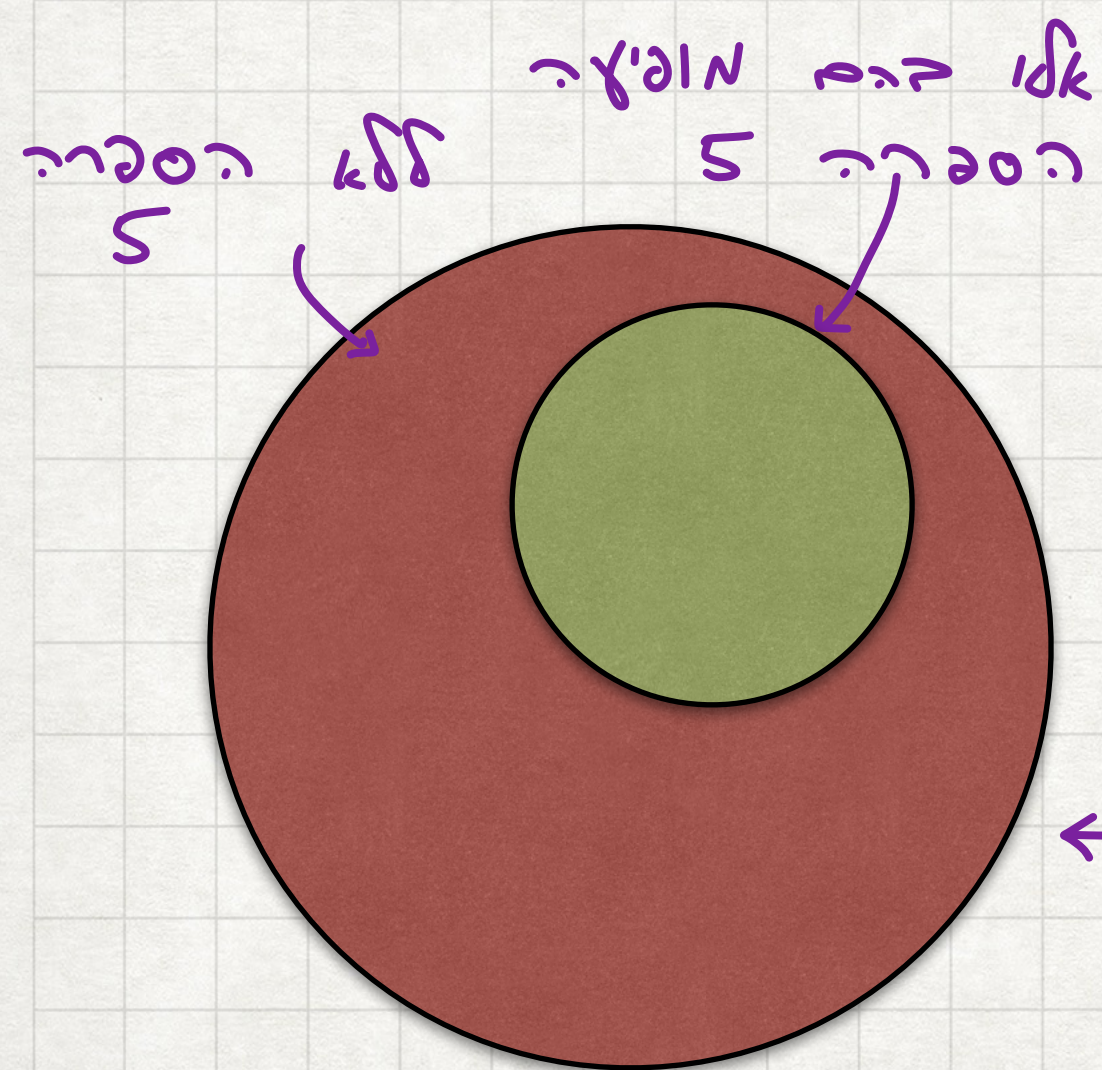


לאלף 4

כמו לאלף 1 כן להסרה 5 מופיע לפחות פעם אחת.

פיתרון

נשאב קודם כמה מספרים קטן 4 ספרות ישנם עלה הסרה 5



$$\underbrace{\quad}_8 \quad \underbrace{\quad}_9 \quad \underbrace{\quad}_9 \quad \underbrace{\quad}_9 \quad \Rightarrow \quad 8 \cdot 9^3$$

$$9 \cdot 10^3 - 8 \cdot 9^3 = \dots$$

התשובה לאלף 1

הקצרה (תמורה)

תהא A קבוצה קבוצה n . סדרה קבוצה n לכל תצורה
של איברי A נקראת תמורה (permutation; פרמוטציה)
של A .

דוגמה

1 2 3
1 3 2
2 1 3
2 3 1
3 1 2
3 2 1

התמורה של $A = \{1, 2, 3\}$ הן

הקצרה

מספר התמורות של קבוצה קבוצה n מסומן $n!$ (א עצירה)

780

$$n! = n(n-1)(n-2) \dots 2 \cdot 1 = \prod_{i=1}^n i$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2$$

$$3! = 6$$

$$4! = 24$$

$$5! = 120$$

⋮

$21! >$ מספר השלילי האסור
המכיל הספרה 0

מה ערך $0! = ?$

אזכור כי אחרת אחרת ערכו יהיה...

פינאנץ קאמפאונדיריקה דאגא

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = e$$

$$n! = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{n-1} dt$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)! = \sqrt{\pi}$$

$$p \mid (p-1)! + 1$$



שאלה 5

ד כמה דרכים ניתן לבחור k איברים מתוך n מתן $[n] = \{1, \dots, n\}$

כאשר מותרת תצורה ויש חשיבות לסדר הבחירה?

שאלה 5

כמה זרמים ניתן לבחור באיברים מתוך $\{1, \dots, n\}$
כאשר מותרת תצורה ויש משיבות לסדר הבחירה?

$$\underbrace{n}_1 \underbrace{n}_2 \underbrace{n}_3 \dots \underbrace{n}_k \Rightarrow n^k$$

שאלה 6

כמה מחיצות קינאריה באורך n ישנו?

שאלה 7 ~~8~~

דכמה זרבים ניתן לבחור בא איברים מתוך $\{1, \dots, n\}$

כאשר ~~מותר~~ תוצאה יש משיבות לסדר הבחירה?
אסור

שאלה 7 ~~8~~

כמה זרמים ניתן לבחור k איברים מהם $[n] = \{1, \dots, n\}$

כאשר ~~מותר~~ תוצאה יש משיבות לסדר הבחירה?

$$\underbrace{n}_1 \quad \underbrace{n-1}_2 \quad \underbrace{n-2}_3 \quad \dots \quad \underbrace{n-(k-1)}_k$$

האם הנוסחה תקפה גם עבור $n > k$?

אם $n \leq k$ נכפל לכמות את הפירוק בבריחה

$$\frac{n!}{(n-k)!}$$

$$n=4 \quad k=2 \quad \rightarrow n \geq k$$

$$\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{array}$$

$$\frac{4!}{2!} = 4 \cdot 3 = 12$$

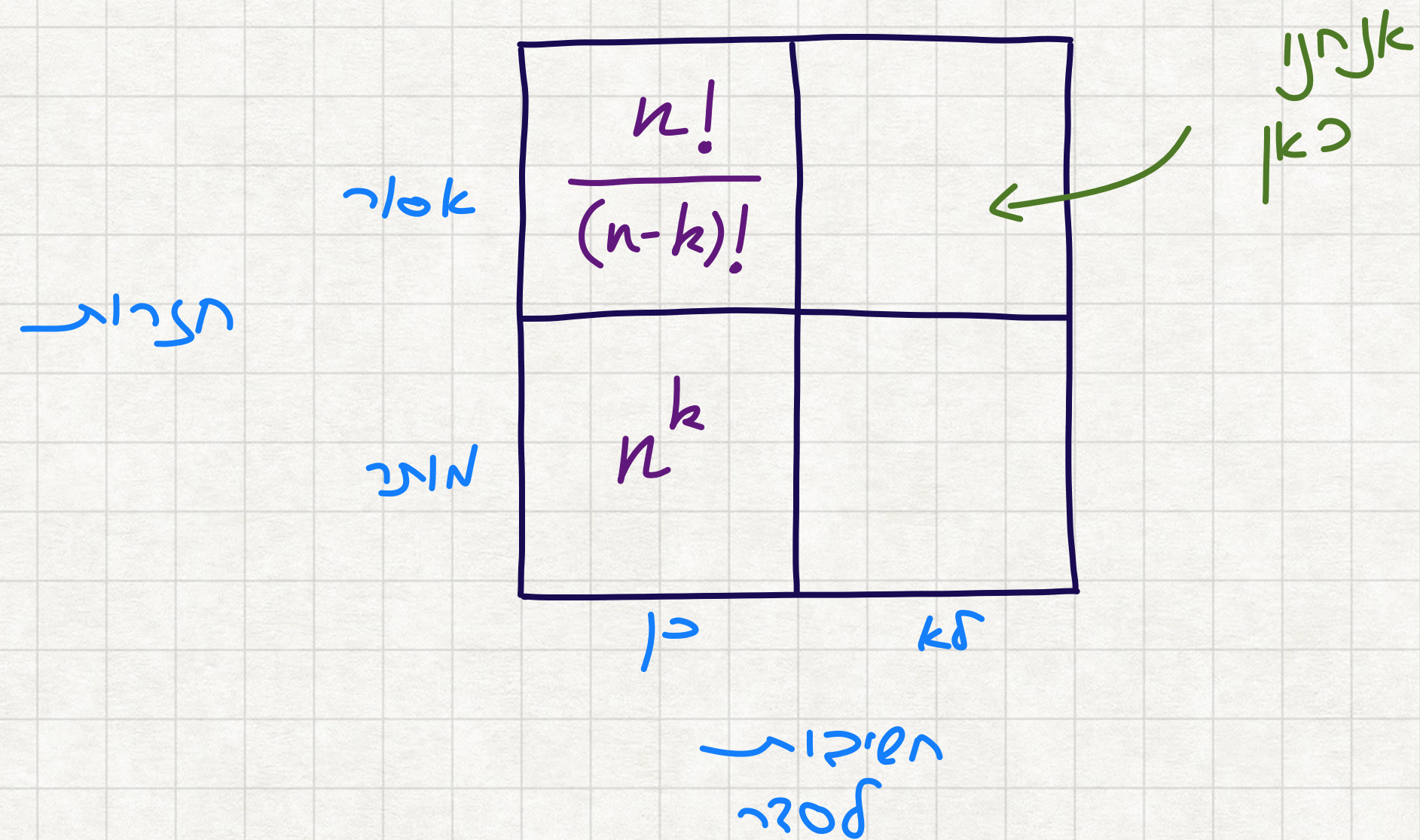
$$\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \\ 4 & 4 \end{array}$$

הם ארבעה
שקולים



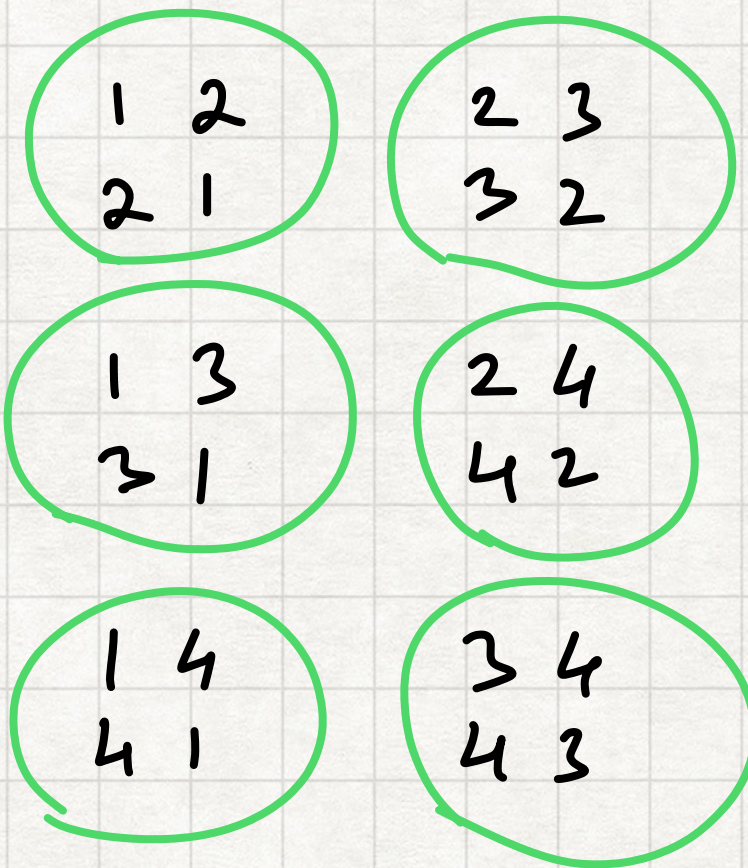
$$4^2 - 4! = 4$$

כמה? צרכים ניתן לספור k איברים n מתוך $[n] = \{1, \dots, n\}$

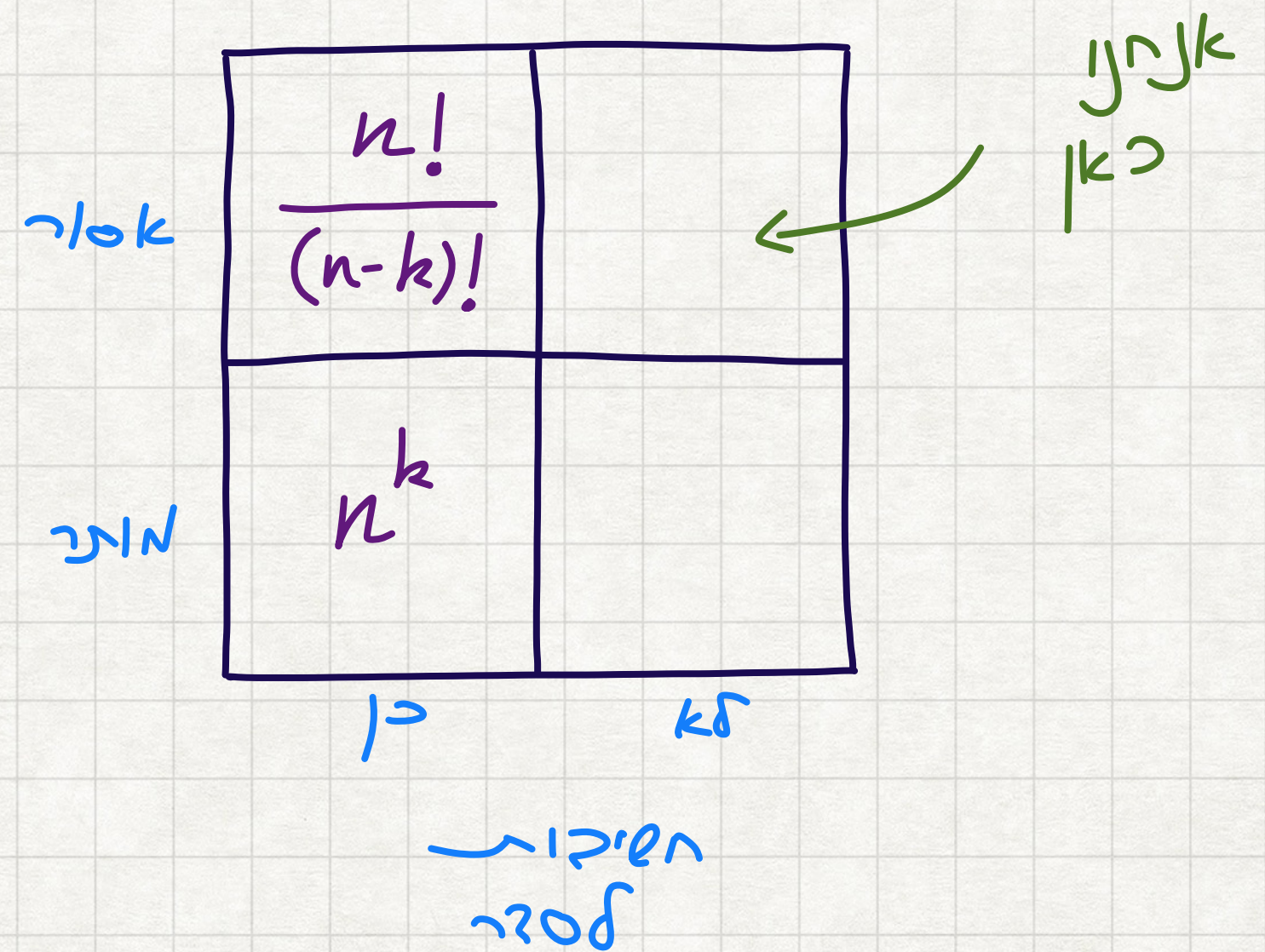


כמה? גורמים? ניתן לסדרור k איברים n מהג $[n] = \{1, \dots, n\}$

$n=4$ $k=2$



תוצאה



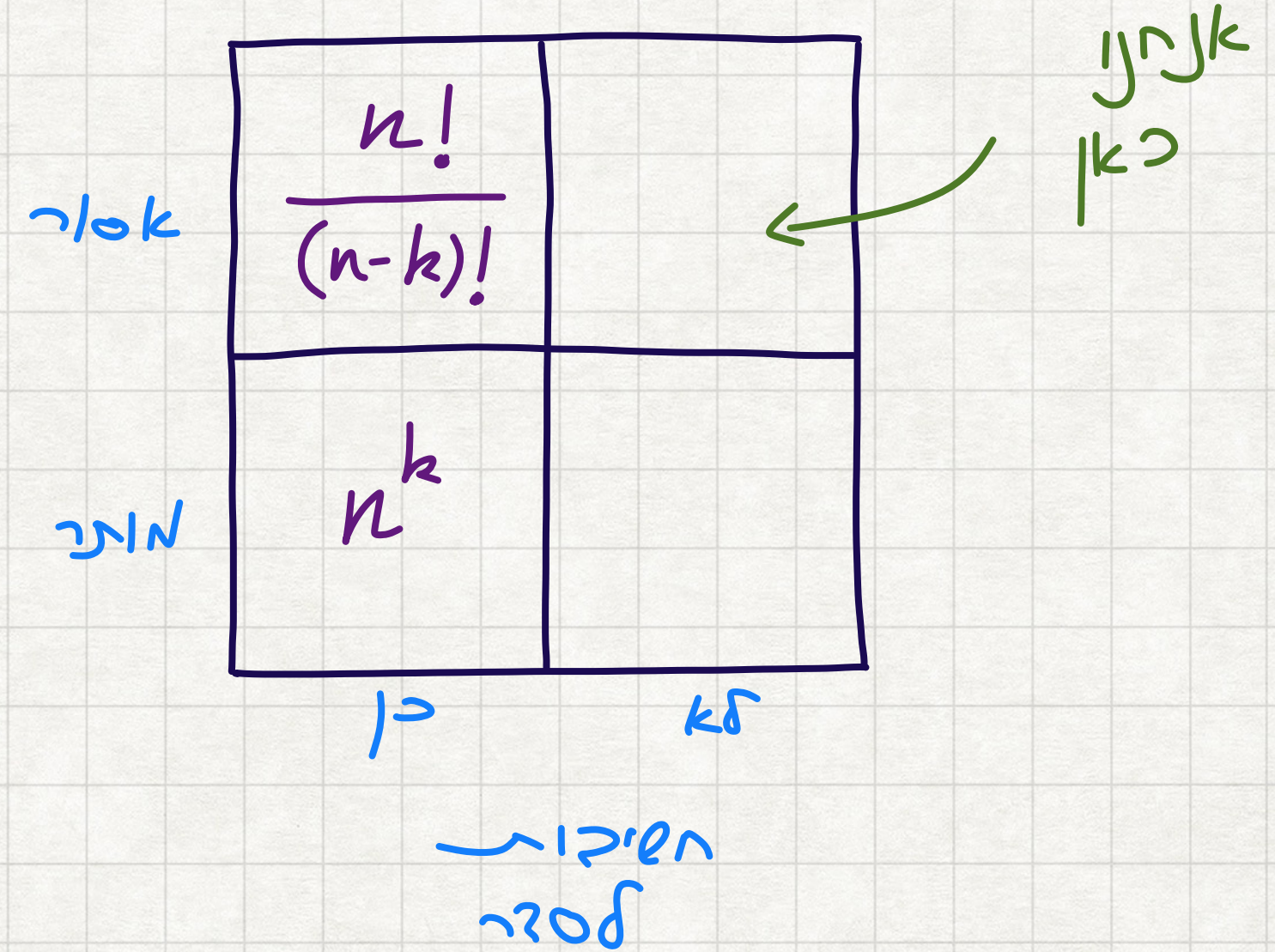
כמה פרטים ניתן לסדרם ב k איברים מתוך n מתן $[n] = \{1, \dots, n\}$

$n=5$ $k=3$

Handwritten lists of 3-element permutations from the set {1, 2, 3, 4, 5}, grouped into 10 ovals. The first row contains 6 ovals, and the second row contains 4 ovals. Each oval lists a permutation in a columnar format.

- Oval 1: 1 2 3, 1 3 2, 2 1 3, 2 3 1, 3 1 2, 3 2 1
- Oval 2: 1 2 4, 1 4 2, 2 1 4, 2 4 1, 4 1 2, 4 2 1
- Oval 3: 1 2 5, 1 5 2, ... 5 2 1
- Oval 4: 1 3 4, 1 4 3, ... 4 3 1
- Oval 5: 1 3 5, 1 5 3, ... 5 3 1
- Oval 6: 1 4 5, 1 5 4, ... 5 4 1
- Oval 7: 2 3 4, 2 4 3, 3 2 4, ... 4 3 2
- Oval 8: 2 3 5, 2 5 3, ... 5 3 2
- Oval 9: 2 4 5, 2 5 4, ... 5 4 2
- Oval 10: 3 4 5, 3 5 4, ... 5 4 3

תוצאה



$$\frac{1}{k!} \cdot \frac{n!}{(n-k)!}$$

הקצרה

"n קוטר k"

מונח

$$0 \leq k \leq n$$

הקצרה

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$$

$$\binom{n}{1} = \frac{n!}{1!(n-1)!} = n$$

הקצרה

$$\binom{n}{2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\binom{n}{3} = \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

$$\binom{n}{n} = \frac{n!}{n!0!} = 1 = \binom{n}{0}$$

| | |
|---------------------|----------------|
| $\frac{n!}{(n-k)!}$ | $\binom{n}{k}$ |
| n^k | |
| 1 | k |

הקצרה

הקצרה

הקצרה

הקצרה

שאלה 8

כמה מחיצות בינאריה קאורק n ישנן עם קציוק k אחזים

פתרון

נבחר k אנזקסים מתוך n הם קהן נציק 1 (קשא- 0)

* אין חשיבות לסדר

* אין חזרות

$\binom{n}{k}$ \Leftarrow

שום מחיצות עם מחצית
 $\delta - 2,2$

0 2 0 0 0

1 1 0 0 0 \leftrightarrow 1, 2

1 0 1 0 0 \leftrightarrow 1, 3

0 1 0 0 1 \leftrightarrow 2, 5

שאלה $n=5$ $k=2$

שאלה 9

כמה נכריבות אצל עם בניסוי מתוק $\{1, 0, 1\}$ יען

א. דלא העלות?

ב. סימטריה?

ג. עם קצוק k אחזים?

ד. כל שורה הנה מנואליה?

שאלה 9

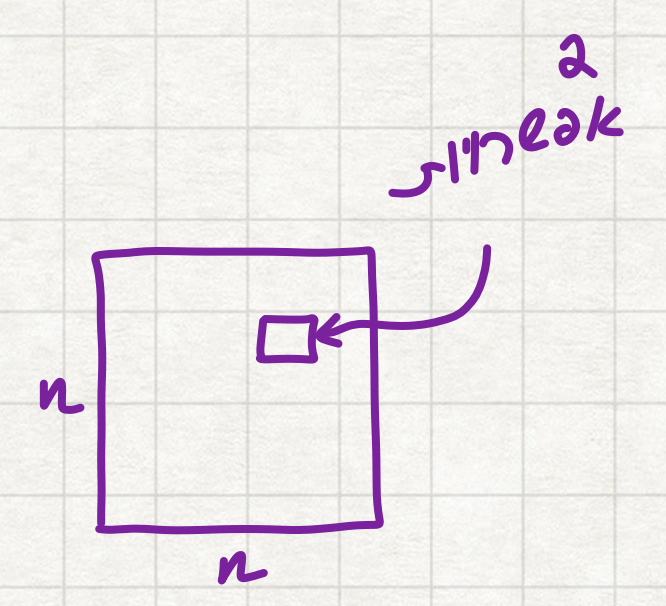
כמה מטריצות $n \times n$ עם כניסות מתוך $\{0, 1\}$ יש?

א. כמה העלות?

ב. סימטרייות?

ג. עם קבוצת k אחרים?

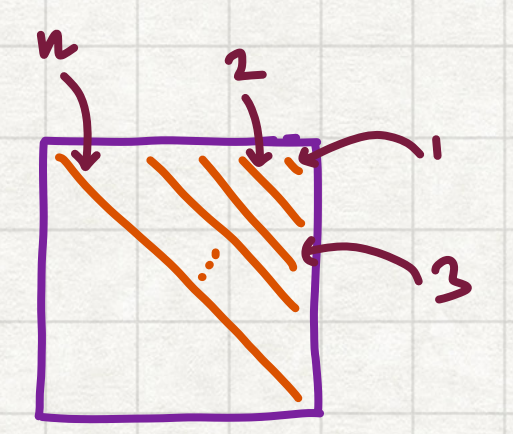
ד. כל שורה הן ממוננות?



פתרון

א. מספר הכלל - 2^{n^2}

ב. שוק מספר הכלל אך הנעם יש?



$$1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2} = \binom{n+1}{2}$$

$$2^{\binom{n+1}{2}}$$

דריגות חופש, ולכן התשובה היא

שאלה 9

כמה מטריות מאת עם כניסות מתוק \mathbb{Z}_m יאלן

א. כמה העלות?

ב. סימטריה?

ג. עם קבוצה k אחזים?

ד. כל שורה הנה מנואליה?

פתרון

ג. ציקרון הכפל לא מתאים. אנו צריכים לבחור k מתוך \mathbb{Z}^2 כניסות

של המטריצה שבהן יהיה 1. קלאר "אוביאני" יהיה 0. ולכן

$$\binom{\mathbb{Z}^2}{k}$$

התשובה היא

שאלה 9

כמה מחרוזות מאת עם בסיסיות מתוך $\{0,1\}^n$ ישנן

3. כל שורה הנה מנומקת?

פתרון

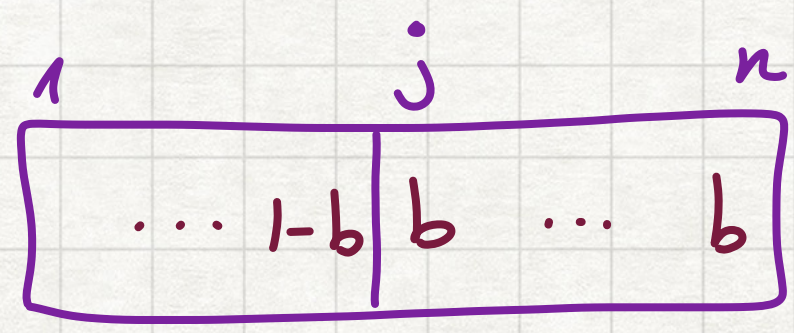
3. נבחר עבור כל שורה דפוס? ככזו לקבל תשובה כלשהי x ואז נצאה דיוקת n - מספר השורות.

מהו x ? נבחר בסיסה $1 \leq j \leq n$ בה מופיע דפוס הראשונה המספר b מופיע בסוף השורה. לכן יש n אפשרויות.

עבור b ישנן 2 בחירות ולכן הכלל הכפל $x=2$

ודסק הכלל התשובה היא

$$(2n)^n$$



בדיקה (x, n)

$n=1$: $\boxed{0}$ $\boxed{1}$

$n=2$: $\boxed{00}$ $\boxed{01}$ $\boxed{10}$ $\boxed{11}$

$n=3$: 000 100 110

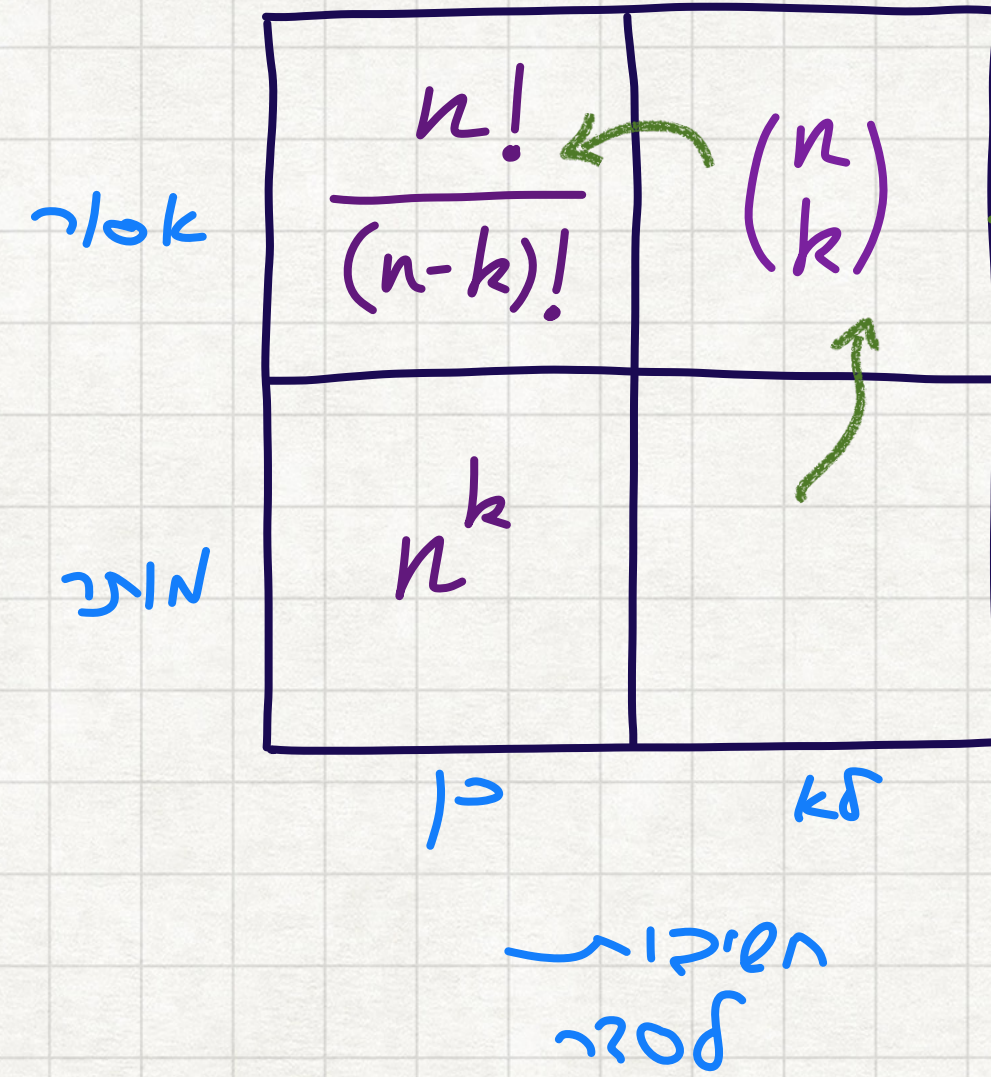
111 011 001

$n=4$ $k=2$

- $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

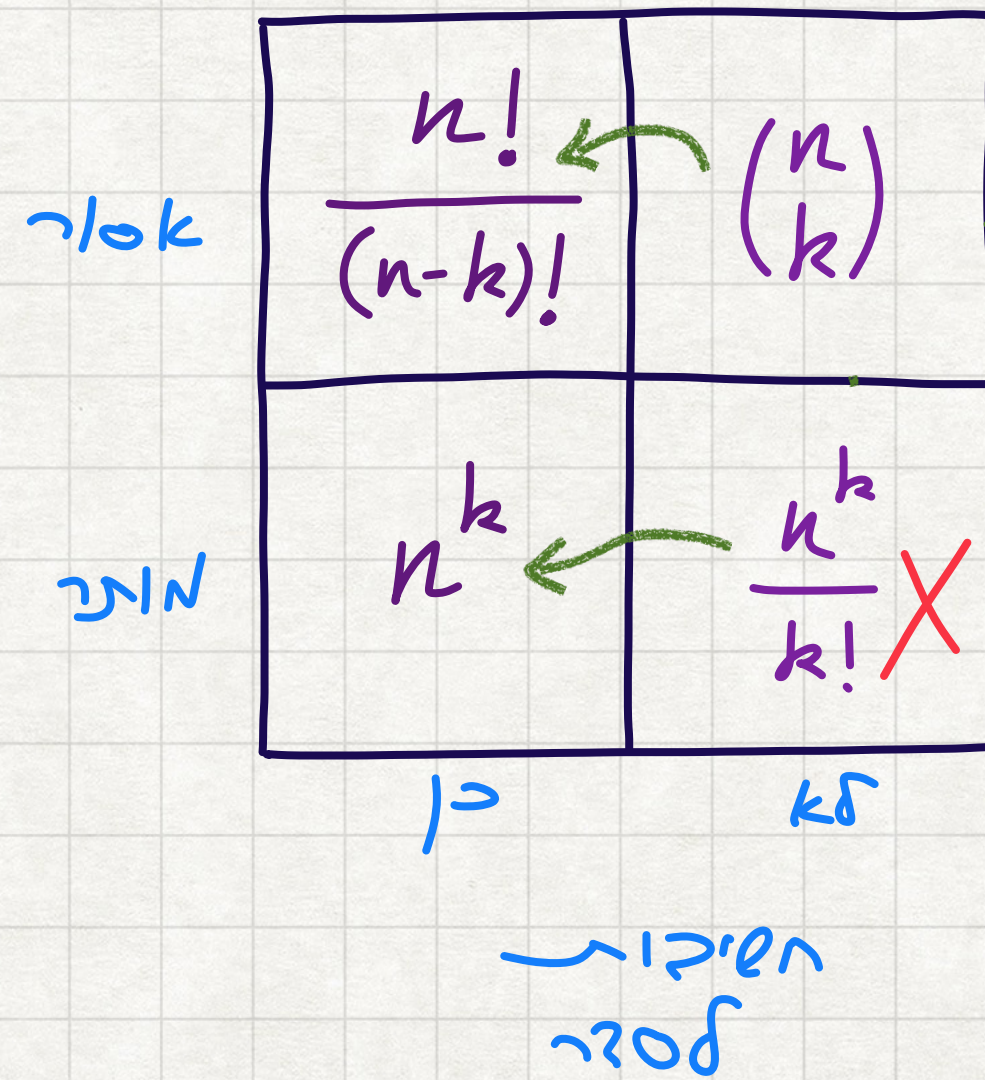
- $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$

נסתור



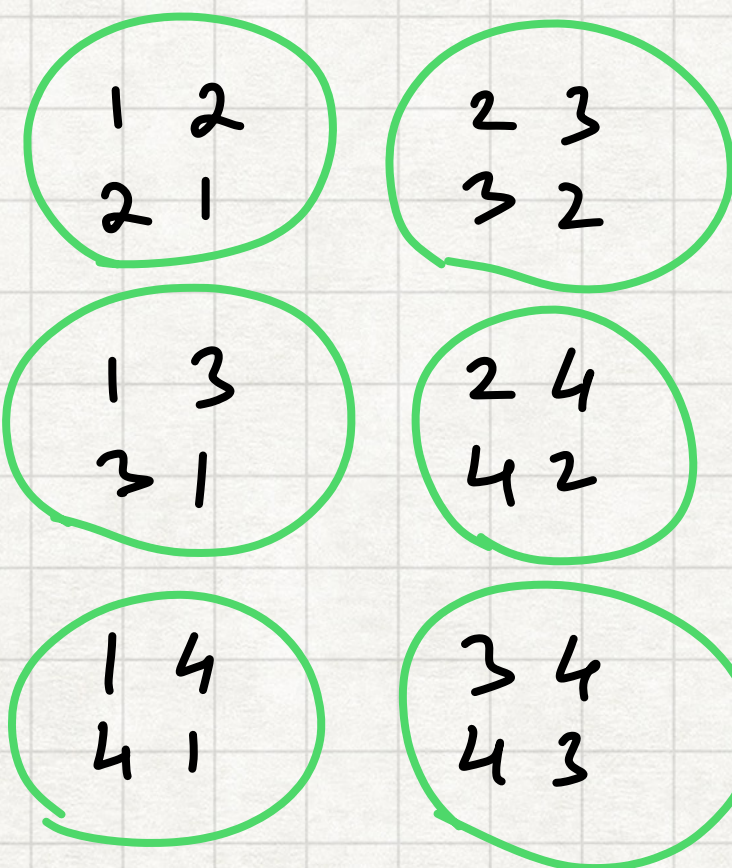
נסתור נסתור נסתור

נסתור



נסתור נסתור?

$n=4$ $k=2$



$x_1=0$
 $x_2=0$
 $x_3=1$
 $x_4=1$

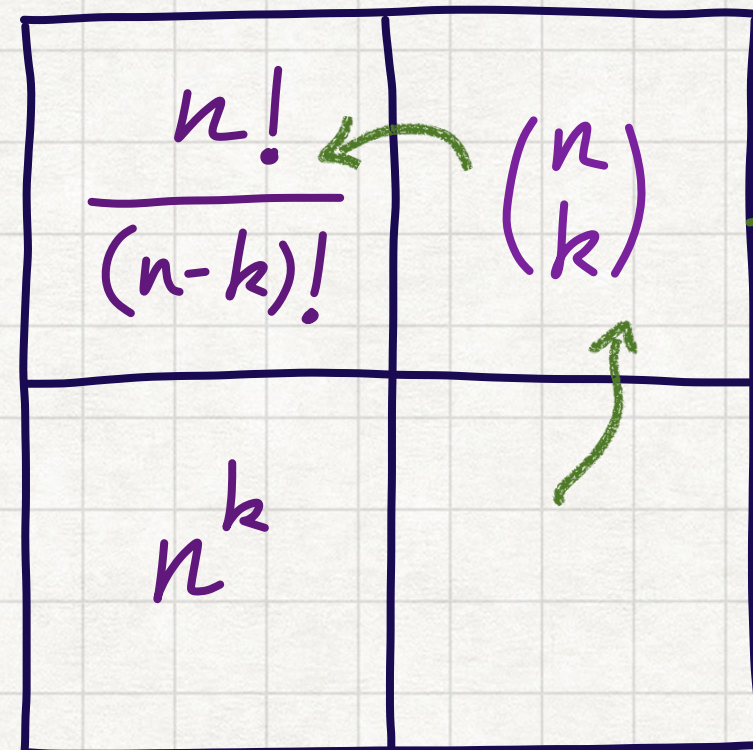


$x_1=x_2=x_4=0$
 $x_3=2$

חזרות

קולר

מחבר



1

2

חסיבות
 מספר

יש כמה דברים ככה

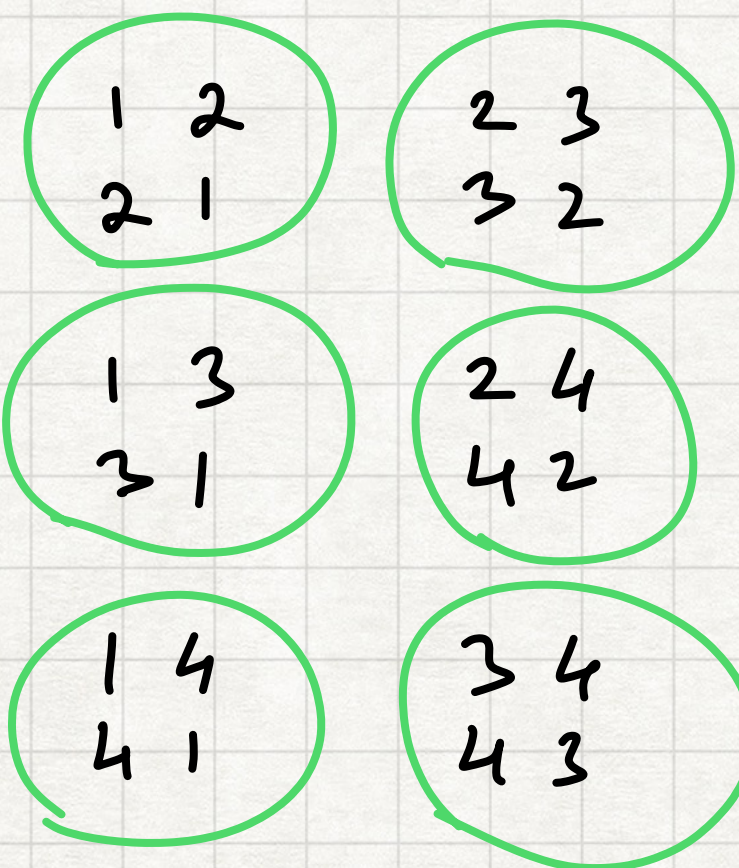
רציון?

x_1, \dots, x_n : רשימת מספרים :
 כן ל- x_i מספרים האחרים וקצתם.
 מספרים אחרים.

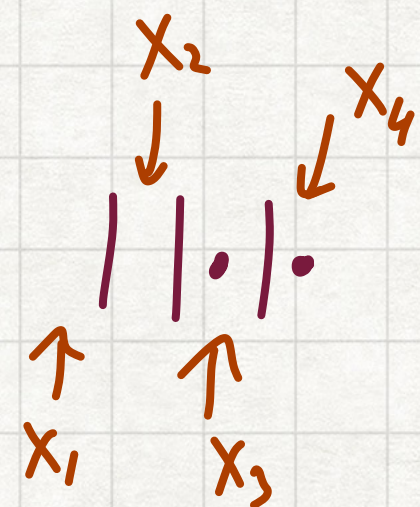
$i \in \{1, \dots, n\} = [n]$ $x_i \geq 0$ (1)

$\sum_{i=1}^n x_i = k$ (2)

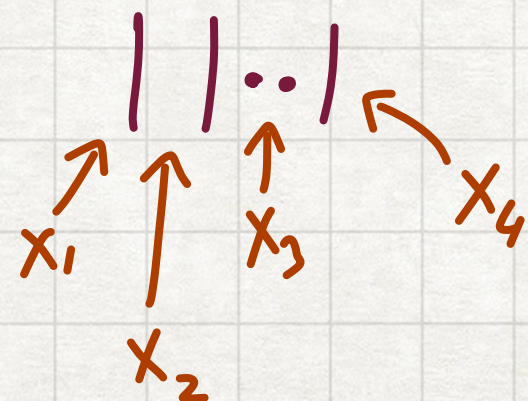
$n=4$ $k=2$



$x_1=0$
 $x_2=0$
 $x_3=1$
 $x_4=1$



$x_1=x_2=x_4=0$
 $x_3=2$



רציון?!

נרסה דא"רע פא דחירה פא דא יזי "רשימת מכולת": x_1, \dots, x_n

כך ל- x_i מצין כמה פעמים האקר i נכחה. פאן און נזרשים

פאן

(1) $x_i \geq 0$ פא $i \in \{1, \dots, n\}$

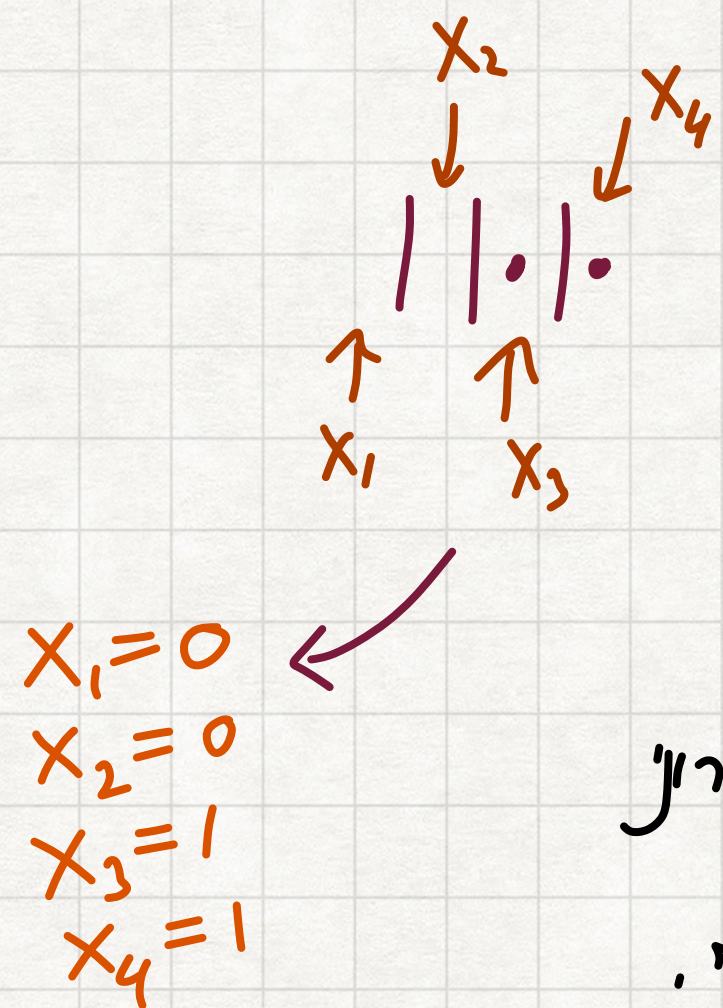
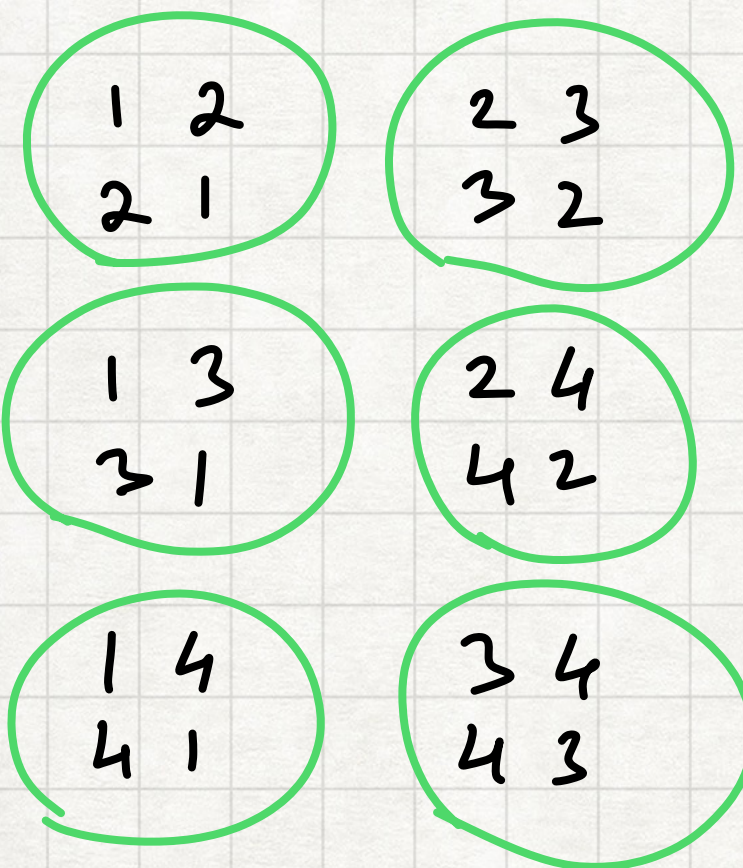
(2) $\sum_{i=1}^n x_i = k$

יופי! ? ...

פה מניע רציון מכריק. במקום לבטא x_1, \dots, x_n דזיסים העשרות

עם פסיקים מפרזים נחזור לתקופת האקן ולבטא עם מקלות ואקנים.

$n=4$ $k=2$



$$\left. \begin{array}{l} x_i \geq 0 \quad (1) \\ \sum_{i=1}^n x_i = k \quad (2) \end{array} \right\} *$$

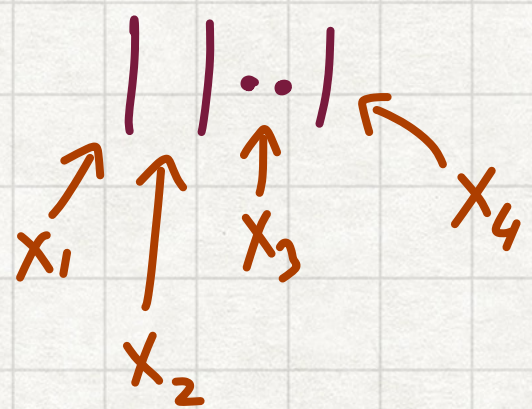
$i \in \{1, \dots, n\} = [n]$

יופי! ?! ...

פה מניצ רעיון מכריק. במקום לבטא x_1, \dots, x_n קזסים הצלרון עם פסיקים מפרזים נחזור לתיקוף האבן ונבטא עם מקלות ואבנים.

- (11)
- (22)
- (33)
- (44)

$x_1 = x_2 = x_4 = 0$
 $x_3 = 2$



זה לא נראה מדויק במיוחד אך מכאן קם יותר לראות שכל פתרון חוקי למערכת (*) ניתן לייצג כמחרוזת בינארית (אבן = 0

מקלה = 1) באורך $k+n-1$ עם k אבנים. מקלה חוצצים $k+n-1$ אבנים

$$\binom{2+4-1}{2} = \binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

בדיקה:

$$\binom{k+n-1}{k}$$

ואת הקציה הזו כבר פתרנו!

לסיכום

כמה גרמים ניתן לבחור k איברים מתוך $[n] = \{1, \dots, n\}$

| | | |
|------|---------------------|--------------------|
| אסור | $\frac{n!}{(n-k)!}$ | $\binom{n}{k}$ |
| חציא | n^k | $\binom{k+n-1}{k}$ |
| | כן | לא |

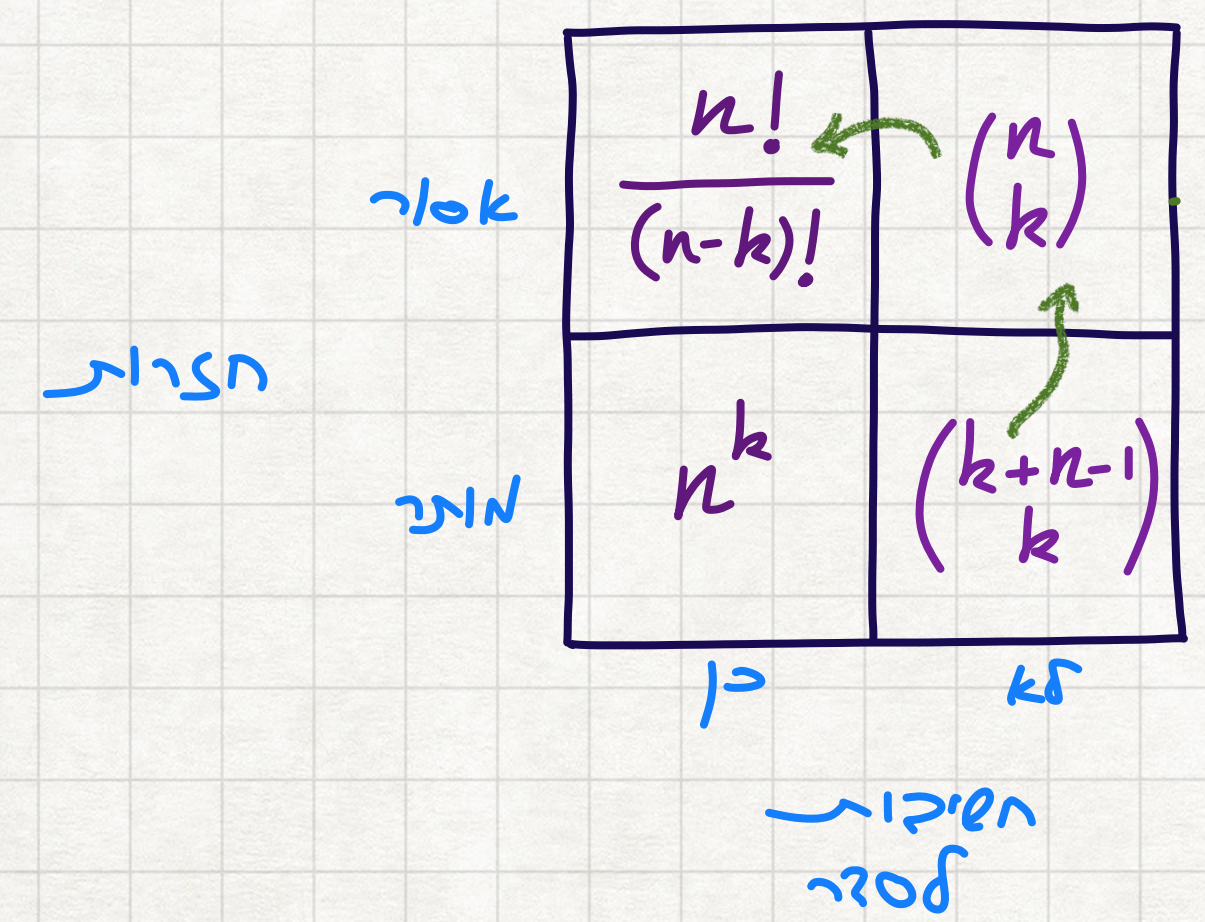
חסיבות
לפי

שאלה 10

כמה מחיבור n ישנן m בניסוח $n - [m] = \{1, \dots, m\}$ $m > n$
מה מנוסאות לא יודעת?

שאלה 10

כמה מהירות מאנן ישנן עם כנסות $n = \{1, \dots, m\}$ כך שכל שיה מנואני לא ירד?



פתרון

כמו קודם, נבחר עבור כל שורה בנפרד ונצמד דרך n . נבחין כי הירצ שבין כמה פעמים כל אחד מהמספרים $m, \dots, 1$ מופיע, הלורה עצמה נקדצת צ"פ המנואני!

לכן מספר האפשרויות לכל שורה הוא $\binom{n+m-1}{n}$

ובתשובה הסופית היא $\binom{n+m-1}{n}^n$

$n=7$
 $m=6$

1124666

$x_1=2$ $x_4=1$
 $x_2=1$ $x_5=0$
 $x_3=0$ $x_6=3$

סימון של היתרון

סימון מנצח

$\left[\begin{array}{l} "k" = n \\ "n" = m \end{array} \right]$

שאלה ||

כמה פתרונות יש לבעיה הזו?

$$(*) \quad x_1 + \dots + x_n \leq k$$

| | |
|---------------------|--------------------|
| $\frac{n!}{(n-k)!}$ | $\binom{n}{k}$ |
| n^k | $\binom{k+n-1}{k}$ |

אנדר

מקור

מקור

כ

כ

מקור

מספר הפתרונות לבעיה

$$\begin{cases} x_1 + \dots + x_n = k \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

שאלה ||

כמה פתרונות ד"ע"ם יש לאי השוויון

$$(*) \quad x_1 + \dots + x_n \leq k$$

פתרון לא משהו

פתרון (x_1, \dots, x_n) ד- $(*)$ הוא פתרון לכזו אחר

להחזרה

$$\binom{0+n-1}{0} \rightarrow \text{מספר פתרונות: } x_1 + \dots + x_n = 0$$

$$\binom{1+n-1}{1} \rightarrow \text{מספר פתרונות: } x_1 + \dots + x_n = 1$$

$$x_1 + \dots + x_n = 2$$

⋮

⋮

$$\binom{k+n-1}{k} \rightarrow \text{מספר פתרונות: } x_1 + \dots + x_n = k$$

| | | |
|------|---------------------|--------------------|
| אסור | $\frac{n!}{(n-k)!}$ | $\binom{n}{k}$ |
| מותר | n^k | $\binom{k+n-1}{k}$ |
| | כן | לא |

חזרה

מותר

הסיכוי
לסדר

מספר הפתרונות
למערכת

$$\begin{cases} x_1 + \dots + x_n = k \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

לא אורגים כמות פתרון
בסביבה שמספר המאזניים
גדול כפרמטר של הקציה

מציקתן התיאור

$$\sum_{l=0}^k \binom{l+n-1}{l} = \text{גשגשג סוכר}$$

⌵

שאלה ||

כמה פתרונות ד"ע"ם יש לאי השוויון

$$(*) \quad x_1 + \dots + x_n \leq k$$

פתרון אחד יותר

נוסף משתנה "dummy" x_0 ונסתכל על המערכת

$$(**) \quad x_0 + \dots + x_n = k$$

ונבחין כי יש צילוף בין הפתרונות של המערכת $(*)$ ו- $(**)$. מספר הפתרונות $(**)$ הוא

בגללם הוכחנו את זהות

$$! \quad \sum_{l=0}^k \binom{l+n-1}{l} = \binom{k+n}{k}$$

| | |
|---------------------|--------------------|
| $\frac{n!}{(n-k)!}$ | $\binom{n}{k}$ |
| n^k | $\binom{k+n-1}{k}$ |

אסור

חזרות

אסור

כן

לא

הסיקור
דפוס

מספר הפתרונות
למערכת

$$\begin{cases} x_1 + \dots + x_n = k \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

| | |
|---------------------|--------------------|
| $\frac{n!}{(n-k)!}$ | $\binom{n}{k}$ |
| n^k | $\binom{k+n-1}{k}$ |

נסתח
נסתח

לכל
נסתח

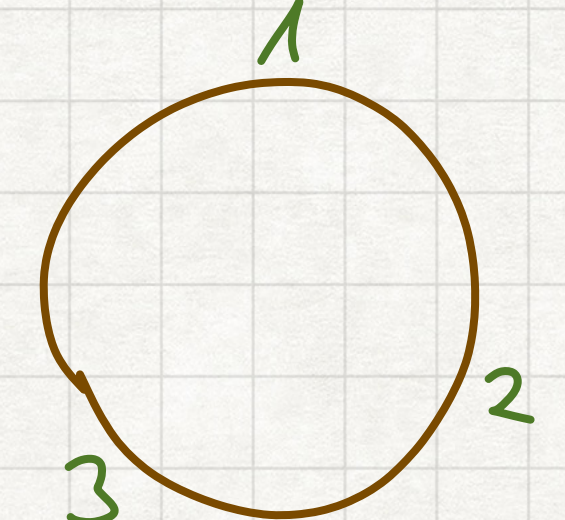
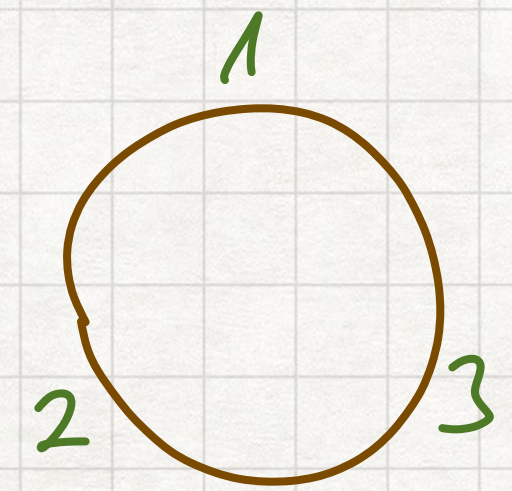
כ
כ

נסתח
נסתח

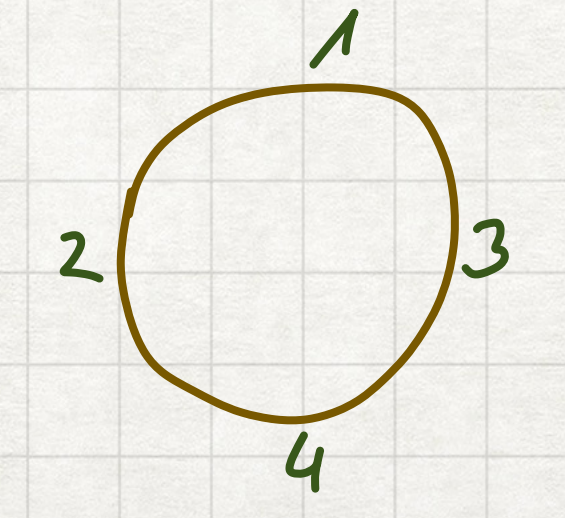
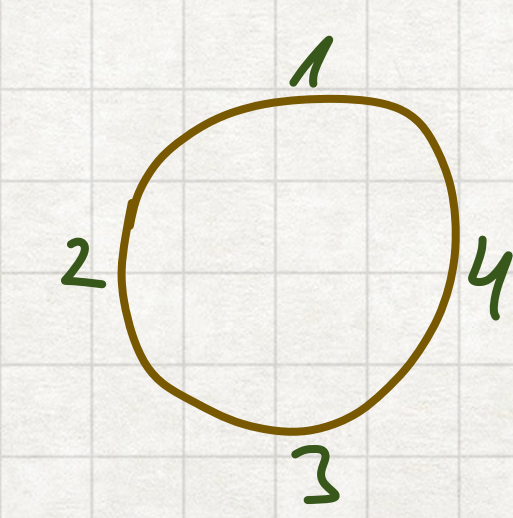
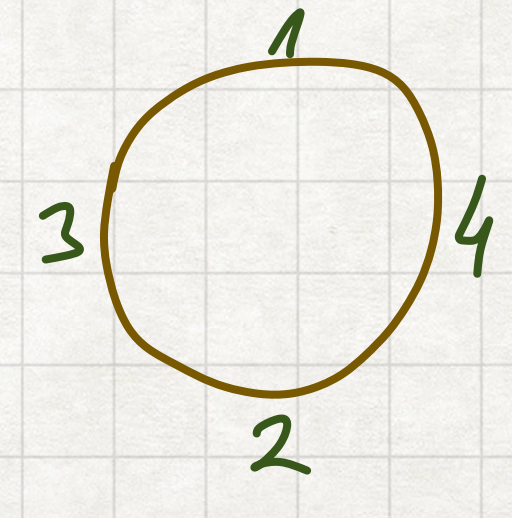
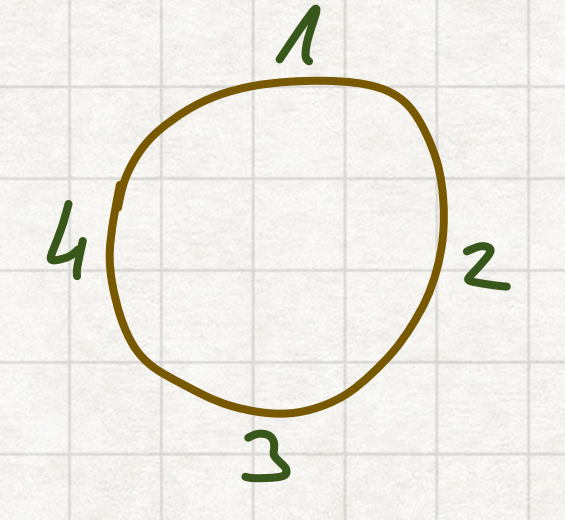
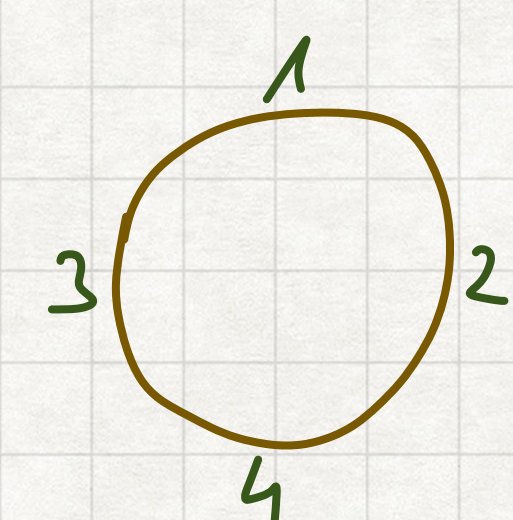
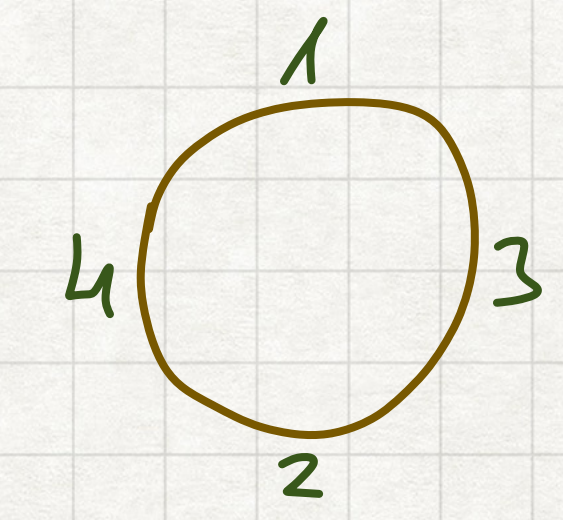
לכל

כמה דרכים לנסתח n ימים?

$n=3$:



$n=4$:



שאלה 12

כמה זרימים יש לסדר n אנשים המעלה?

פתרון

אם היה מצורף בסדר ישו הגורקה היתה $n!$.

מהסימטריה של המעלה כל פתרונות לבצירת הסדר

המקדמים צ"י הנצבה ביקורת האחד של השל מהווים פתרון

אחד לבצירת המעלה. לכן הגורקה היא

$$\frac{n!}{n} = (n-1)!$$

| | |
|---------------------|--------------------|
| $\frac{n!}{(n-k)!}$ | $\binom{n}{k}$ |
| n^k | $\binom{k+n-1}{k}$ |

אסור

אסור

כן

לא

הסיקור
לסדר

פתרון

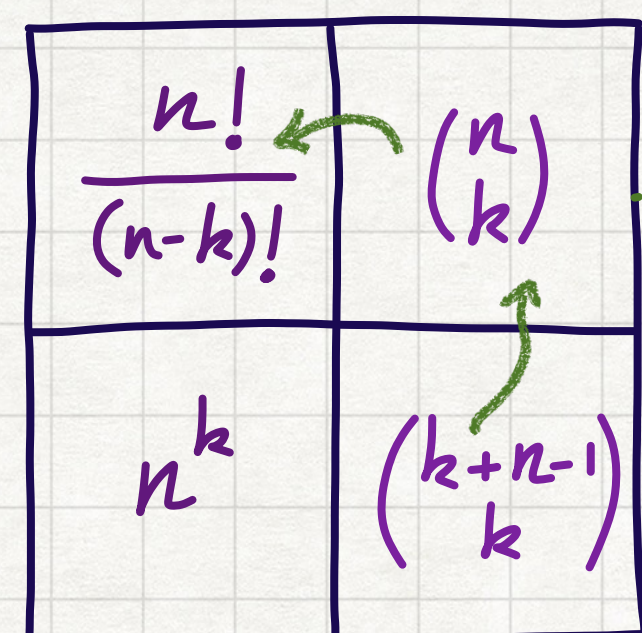
שאלה 12

כמה זרימים יש לסדר n אנשים במעגל?

פתרון שני

לראשון שישל בשמאל או בראשונה. עכשיו נותר לנו
 לסדר $n-1$ אנשים על מה שהם להיאר סכסוך ישר
 שכן אפשר לסדר על זה שישל משמאל סמוך לאותו
 פלגין ראשון. זה שישל שני משמאל וכו'.

לכן התוצאה היא $(n-1)!$



קולר

חזרות

מחזר

כן

לא

חסיכות
לסדר

שאלה 13

מה מספר הקלטות המקסימליות
 קיבלו n ציורים?

האם יש מספר ופסוק

אין קלטות מקבילות
 ואין עיגולים עיצומיים

| | |
|---------------------|--------------------|
| $\frac{n!}{(n-k)!}$ | $\binom{n}{k}$ |
| n^k | $\binom{k+n-1}{k}$ |
| כך | כך |

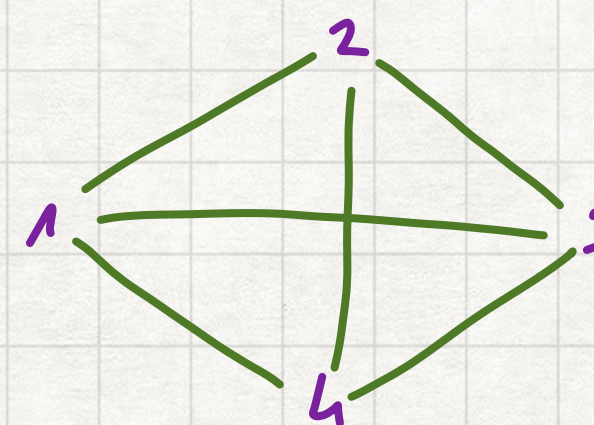
מספר

מספר

מספר

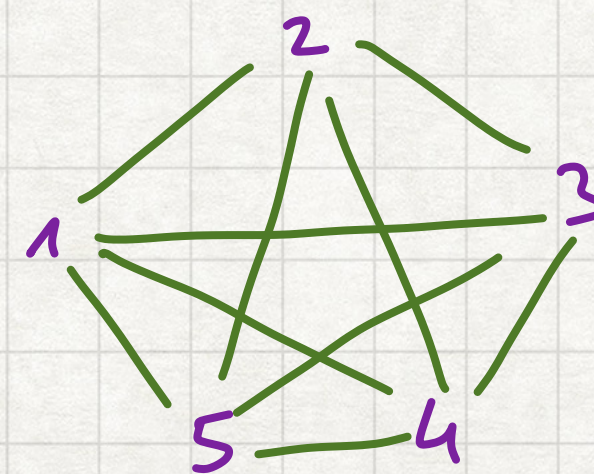
$n=4$?

6



$n=5$?

10



שאלה 13

מספר
מחזור

| | |
|---------------------|--------------------|
| $\frac{n!}{(n-k)!}$ | $\binom{n}{k}$ |
| n^k | $\binom{k+n-1}{k}$ |

כך
כך
הסיקור
דבר

מהו מספר הקלטות המקסימלי קיבלו לא מכון ופסוק
קבלו א ציורים?

אין קלטת מקבולו
ואין עולאת ציורו

פירוק

קלטת קיבלו לא מכון היא כל סדר של ציורים.

$$E \subseteq \{ \{u, v\} \mid u, v \in V, u \neq v \}$$

אין עולאת
ציורו

ולכן מספר הקלטות המקס' היא מספר הציורים עבורו שני
ציורים שונים, כלומר, $\binom{n}{2}$.

שאלה 13

מה מספר הקלטות המקסימלי
 קיבלו n ציורים?

הוא מספר n ופשוט

אין קלטות מקבילות
 ואין עיכובים

פתרון שני

מכאן צורת יוצאות $n-1$ קלטות, אך כל קלטות
 נסגרות פעמיים, ולכן הגורם היא

$$\frac{(n-1) \cdot n}{2} = \binom{n}{2}$$

| | |
|---------------------|--------------------|
| $\frac{n!}{(n-k)!}$ | $\binom{n}{k}$ |
| n^k | $\binom{k+n-1}{k}$ |

קולר

חציית

מחיר

כך

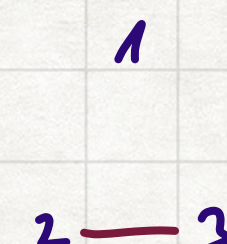
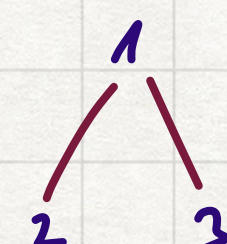
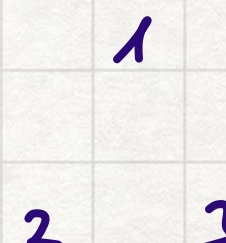
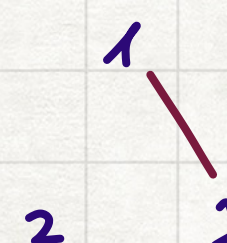
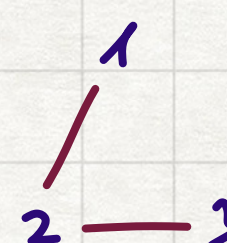
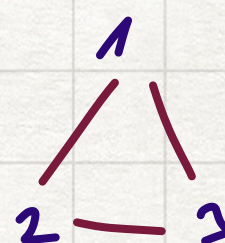
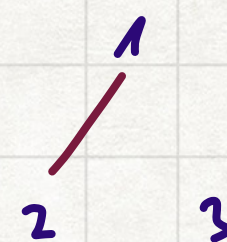
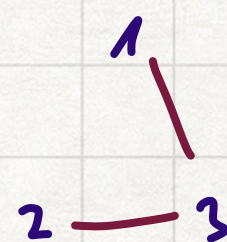
כך

חסיכות
 עיכוב

שאלה 14

מהו מספר הערכים הלא מבוטאים של n במילים?

נסה $n=3$



8

| | |
|---------------------|--------------------|
| $\frac{n!}{(n-k)!}$ | $\binom{n}{k}$ |
| n^k | $\binom{k+n-1}{k}$ |

מספר

מספר

מספר

כך

כך

מספר

שאלה 14

מהו מספר הערכים האפשריים של n בהינתן?

| | | |
|------|---------------------|--------------------|
| קטור | $\frac{n!}{(n-k)!}$ | $\binom{n}{k}$ |
| מחר | n^k | $\binom{k+n-1}{k}$ |
| | כך | כך |

מחר

קטור

מספר חסימות

פירוק

מהתהליך הקודם, מספר הקשתות שצליין להגשים אם
 ין נכנסו לכתף, הוא $\binom{n}{2}$.

על כל אחד מהן (למשל קשת $\{1,2\}$) צליין להגשים אם היא
 קבוצה או לא.

אז יש חסימות לסוגי (הקשתות שונות) ומחר למצוא על השורה (כי השורה
 היא "הקשת-נכנסת" או "הקשת-דחף"). ולכן השורה היא

$$2^{\binom{n}{2}}$$

שאלה 15

מהו מספר הערכים הלא מאוננים בעצמם של n ימים

עם k קשרים?

| | |
|---------------------|--------------------|
| $\frac{n!}{(n-k)!}$ | $\binom{n}{k}$ |
| n^k | $\binom{k+n-1}{k}$ |
| כך | כך |

כך

כך

הסיקור
כך

כך

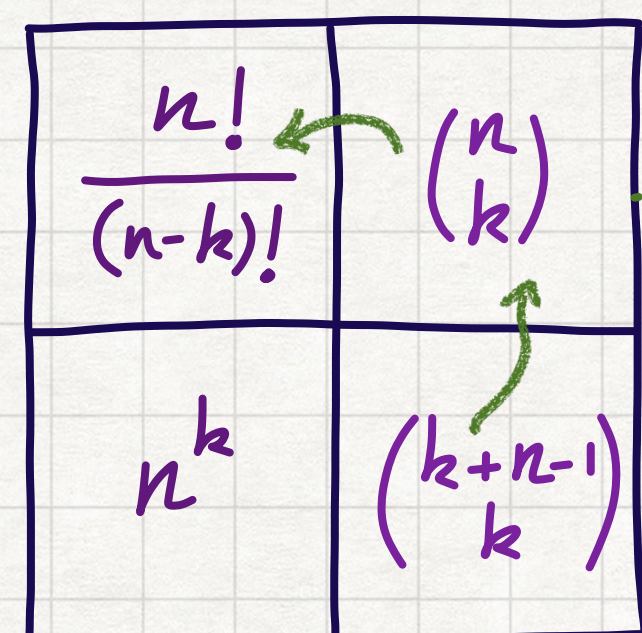
שאלה 15

מהו מספר הצרכים הלא מבוקשים עם n צמחים
עם k ציוק קשתות?

פתרון

צריך לבחור k קשתות מתוך $\binom{n}{2}$ הקשתות הכולניות
כאשר אין למצור עם קשת פגמים ואין חסימות עם.
עם כן. הירשוקה היא

$$\binom{\binom{n}{2}}{k}$$



קולר

חציית

מחנה

כך

כך

חסימות עם