

משחק CHSH והפרת אי-שוויון בל (Bell)

במשחק CHSH משתתפים שני שותפים קוואנטיים אלים ודוד
 שאסור להם לתקשר בזמן המשחק. שניהם בוחרים באקראי
 קבצים $x, y \in \{0, 1\}$ באופן יוניפורמי וזוגי בינו ושניהם ללא אי-
 ודאות א-י. אלים ודוד מחזירים תשובות $a, b \in \{0, 1\}$
 הם מנצחים אם

$x \backslash y$	0	1
0	0	0
1	0	1

$$x \wedge y = a \oplus b$$

המשחק עצמו הוא מאוד פשוט. האסטרטגיה $a=b=0$ נותנת
 סיכוי הצלחה של 75% (מחצית מהמקרים שבהם הם זוכים).
 כי אין זוג קבצים (כדי שלא שנוי) - תוצאה קבועה (למשל
 א- האסטרטגיה, אפילו אם נוספת לה shared randomness

מה שמרתק במשחק זהו שיש חוקי הפיזיקה הקוונטיים, אם
 אלים ודוד חוזרים בזמן EPR כל הזמן וכולם מנצחים

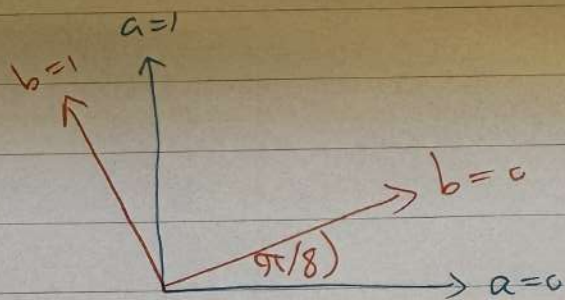
$$\cos^2 \frac{\pi}{8} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4} \approx 0.85355$$

קריסה דיסלוקה

1935 EPR: אינספור פאזיסקי - רובן מנצחים את הפרדוקס של משחק
 א- שמו - תאור המצאה הקוונטית ופוגמים את
 הדיון על קריסה דיסלוקה

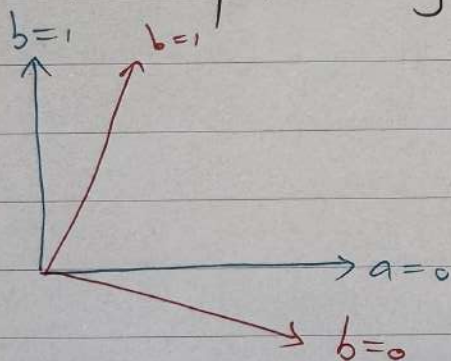
1964 בל (Bell): שני סוגי משחקים שבהם שותפים משתתפים
 מקבלים יסודות אקסססס (אי-שוויון בל) שאינם
 ניתנים להקוונטציה

1969 CHSH: קטאורי, הויק, שימון והרש מוכיחים שיש יסודות
 ש- אי-שוויון בל, הבסיס למשחק CHSH בתורת המידע
 שתיאורו כאן



המקרה $X=Y=0$.
 בעקבות המדידה של a ו- b
 עם הכנסת המדידות המקבילות
 המדידה קורים ל- $\pi/8$ או
 $\pi/4$ בהסתברות שווה.

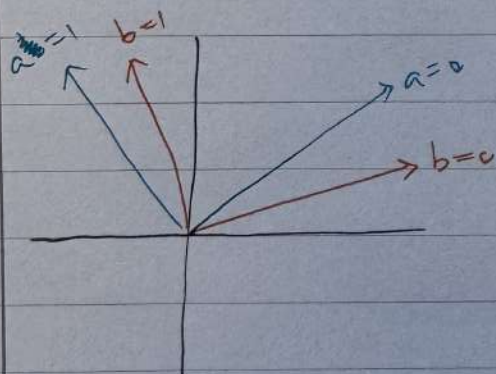
במקרה המאולן שים לב לזווית $\pi/8$. כעת קודם מדידת a ו- b
 המדידה, וההסתברות שיתקבל $a=0$ היא $\cos^2 \pi/8$.
 המקרה השני בו $a=1$ ו- $b=1$ מתקבל באותה הסתברות.



המקרה $X=0, Y=1$.
 האנליזה כאן נלמדה למקרה הקודם
 רק ל- $\pi/8$ זווית מהימני-מחלף
 ל- $\pi/8$ שאלו למעשה זוויות מתחלפות.
 המדידה.

כעת נסתכל במקרים המיוחדים הבאים:

$$|00\rangle + |11\rangle = |++\rangle + |--\rangle$$



המקרה $X=1, Y=0$.
 כאן המדידות של a ו- b מתקבלות
 זה-זה - המדידות הן תלויות-כמות
 עדיף לומר היא $\pi/8$.

10 58

$$Pr[\text{win}] = \mathbb{E}_{x,y \sim \mathcal{D}_{all}} [\mathbb{1}_{\text{win}} | x, y]$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \left(\underbrace{E_{00} + E_{01} + E_{10} - E_{11}}_S \right)$$

$$E_{xy} = E[A_x B_y | x, y]$$

אם כן, בבני האדם א-
תם פסגות⁺ ויש האדם ב-

$$\sum \leq 2\sqrt{2}$$

21er detour nach 23er

(Projective Measurements) → מדידות פרויקטיביות
 ניתן להבחין קלות את האופי של המדידה על ידי
 דע"ר'ם קואלטים

[illegible]

$$\{\pi_m \mid m \in M\}$$

$\chi_R, M \subseteq \mathbb{R}$ מכלול, $M \cap M' = \emptyset$, $M \cup M' = \mathbb{R}$

$$\forall m \in M \quad \pi_m = \pi_m^+ = \pi_m^2$$

$$\forall m \neq n \quad \pi_m \pi_n = 0$$

$$\sum_{m \in M} \pi_m = I$$

כל בסיס של כל הבעה הקאד: אם הפעולה נמצאת
 במצב $|\psi\rangle$ כל ההסתברות שמישהו ימצא $m \in M$ תהיה

$$\|\Pi_m |\psi\rangle\|^2 =: P_r[m]$$

כאן sanity check:

$$\sum_{m \in M} P_r[m] = \sum_m \|\Pi_m |\psi\rangle\|^2 = \|\psi\rangle\|^2 = 1$$

$\sum_m \Pi_m = I$

$$\frac{\Pi_m |\psi\rangle}{\sqrt{P_r[m]}}$$

היא נקראת הבעה הקאד

זוהי שאלה אחת מאותן השאלות:

האם אפשר להגדיר את ההסתברות של ערכי
 מדידה ממשית, וייתכן שזה יהיה קוואנטיזציה
 של observable (אופרטור מדידה / ערך מדידה)

$$M = \sum_{m \in M} m \Pi_m$$

נניח כי M הוא אופרטור ממשית, ואנחנו רוצים להבין
 האם זה יהיה ניתן להגדיר את ההסתברות של ערכי
 מדידה ממשית! Π_m יהיה למעשה הקוואנטיזציה.

השאלה היא: האם אפשר להגדיר את ההסתברות של ערכי
 מדידה ממשית? observable - ψ תהיה:

$$\pi_m^+ \pi_m = \pi_m^2$$

$$\langle \psi | \pi_m'' | \psi \rangle$$

$$= \langle \psi | \sum_m \pi_m | \psi \rangle = \langle \psi | M | \psi \rangle.$$

[illegible]

$$A_0 = 1 \cdot |0 \times 0| + (-1) \cdot |1 \times 1|$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (1 \ 0) - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (0 \ 1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = Z$$

$$A_1 = | +X+ | - | -X- |$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = X$$

$\alpha \in A$ $\rightarrow$ $\alpha \in B$ $\rightarrow$ $\alpha \in A \cap B$
 $\alpha \in A \cap B \rightarrow \alpha \in A$ $\wedge$ $\alpha \in B$
 $\alpha \in A \cap B \rightarrow \alpha \in A$
 $\alpha \in A \cap B \rightarrow \alpha \in B$

$$B_0 = H$$

[illegible]

17) $\delta \mu_j$ CHSH $\rightarrow$ must have observable $\rightarrow$

$$C = A_0 \otimes (B_0 + B_1) + A_1 \otimes (B_0 - B_1)$$

$$A_x^2 = B_y^2 = I \rightsquigarrow \dots$$

$$C^2 = 4I - [A_0, A_1] \otimes [B_0, B_1]$$

$$\|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|$$

$$\|x \otimes y\| = \|x\| \|y\|$$

$$\|C\|^2 = \|C^2\| \leq 4 + \|\{A_0, A_1\}\| \|\{B_0, B_1\}\|$$

p 8

מכיוון $e - A_x, B_y$ $\xrightarrow{\text{!}} \text{הם חיו}$ נחלקים

$$\|A_0, A_1\| = \|A_1, A_0\| = \|B_0, B_1\| = \|B_1, B_0\| = 1$$

पू

$$\| [A_0, A_1] \| = \| A_0 A_1 - A_1 A_0 \| \leq \| A_0 A_1 \| + \| A_1 A_0 \| = 2$$

$$r''_j \wedge \sim, \quad \|B_0, B, j\| \leq 2 - \delta \quad j'' \wedge k_1$$

$$\|c\|^2 \leq 8$$

11.) $\hat{p}_N$ ובה $|\psi\rangle$ וקטור G $\|\psi\| \leq 2\sqrt{2}$ ו/או
 $\hat{p}_J$ (בה $|\psi\rangle$ G וקטור).

$$|S| \leq |\langle \psi | c | \psi \rangle| \leq \|c\| = 2\sqrt{2}$$

בתורה נאמר אין מליץ רשע למדע א → C דקדוק ב
האסמכתא של רשע דתלמוד דמורה, וליכא כו

$$C = \sqrt{2} (X \otimes X + Z \otimes Z)$$

[illegible]

$$\frac{|\langle 00| + \langle 11|}{\sqrt{2}} \subset \frac{|\alpha\rangle + |\beta\rangle}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

