

קצ'קה 2

השילוח הסימבולי

על כן

הערה

מחלקה קומדינג'אריה היא קבוצה  $A$  וחד

עם פאלקציה גורם

$$f: A \rightarrow N$$

כך שלכל  $n \in N$  יש מספר סופי של איברים

$\Rightarrow A$  ממונה  $n$ . כלומר, לכל  $n \in N$  הקבוצה

$$\{a \in A : |a| = n\}$$

סופי

הערה

מחלקה קואסינור היא קבוצה  $A$  וזה  
עם פונקציה  $\varphi$

$$1.1: A \rightarrow \mathbb{N}$$

כך שלכל  $n \in \mathbb{N}$  יש מספר סופי של  
איברים  $n$ - $A$  מעוצם  $A$ .

הערה

הפונקציה היוצרת של מחלקה קואסינור

$A$  מוגדרת כ"י

$$A(x) = \sum_{a \in A} x^{|a|} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n x^n$$

$\uparrow \{a \in A: |a|=n\}$

323

$A$  = קבוצת כל המחרוזות הביןאיות עם  
פונקציה — גודל שלהם אורך המחרוזת

$$A = \{ \epsilon, 0, 1, 00, 01, \dots \}$$

גודל 0  
גודל 1  
גודל 2

$$\begin{aligned} A(x) &= x^{|\epsilon|} + x^{|0|} + x^{|1|} + x^{|00|} + x^{|01|} + \dots \\ &= 1 + 2x + 2^2 x^2 + \dots = \frac{1}{1-2x} \end{aligned}$$

קצת

$= T$

בין שני קצות!

יש שני

יש חשיבות לסדר

הקצות

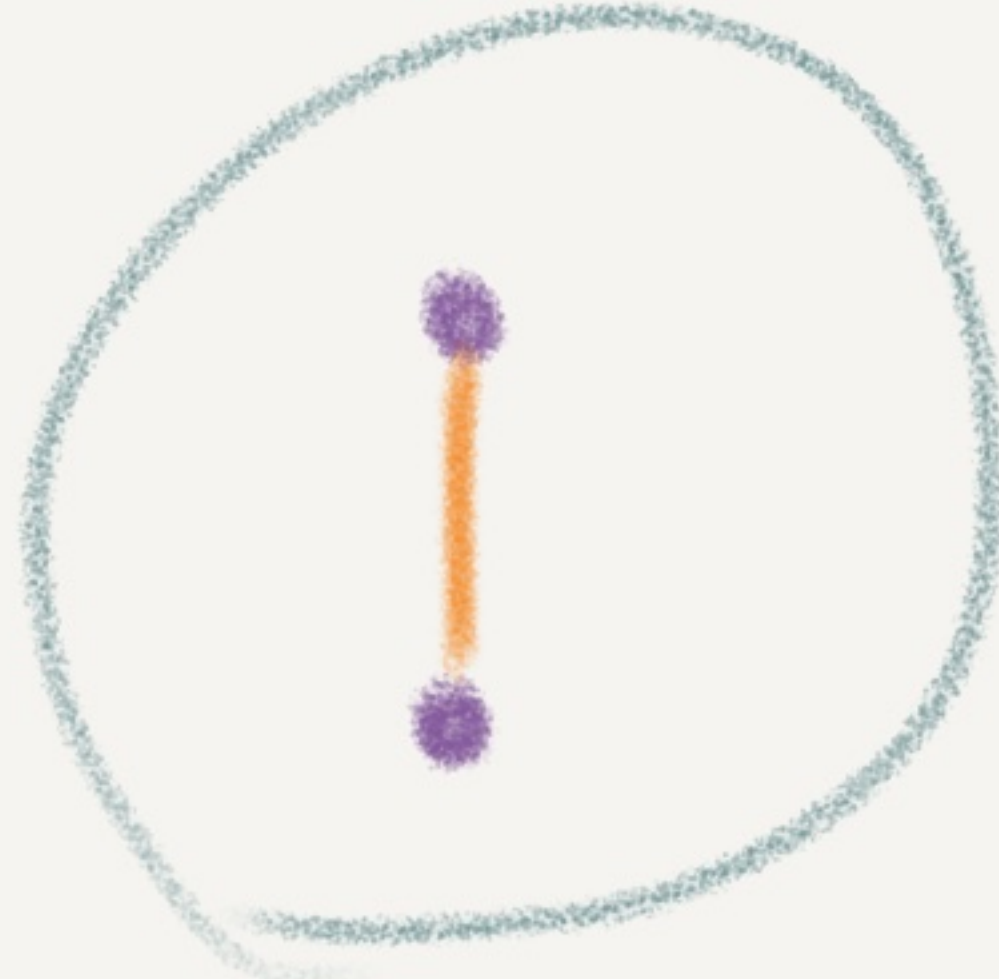
קצותי הקצות המולדלים המסומנים

עם פונקציה הקצות ליהיה מספר  
הקצות בעל.

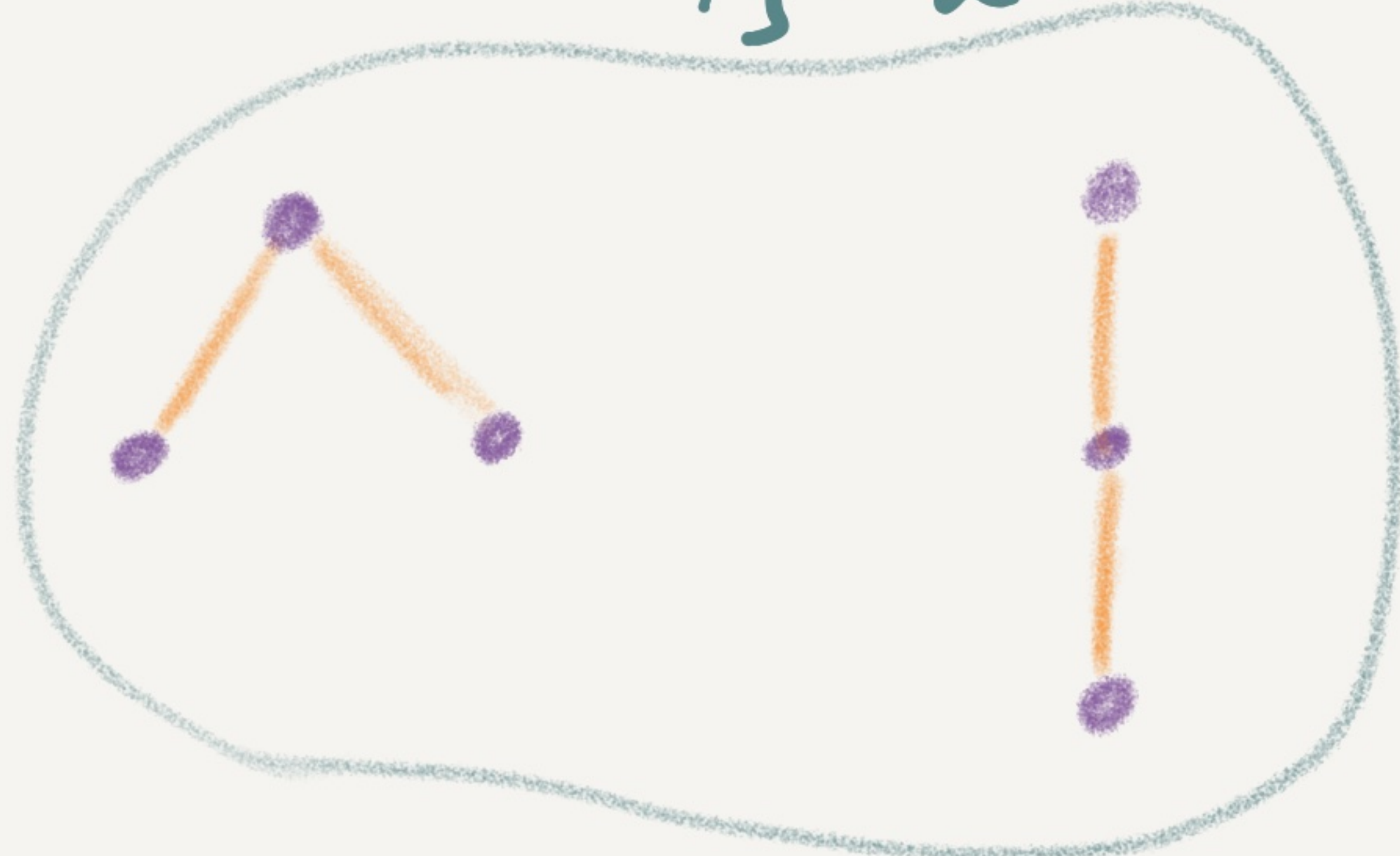
$T_1 = 1$



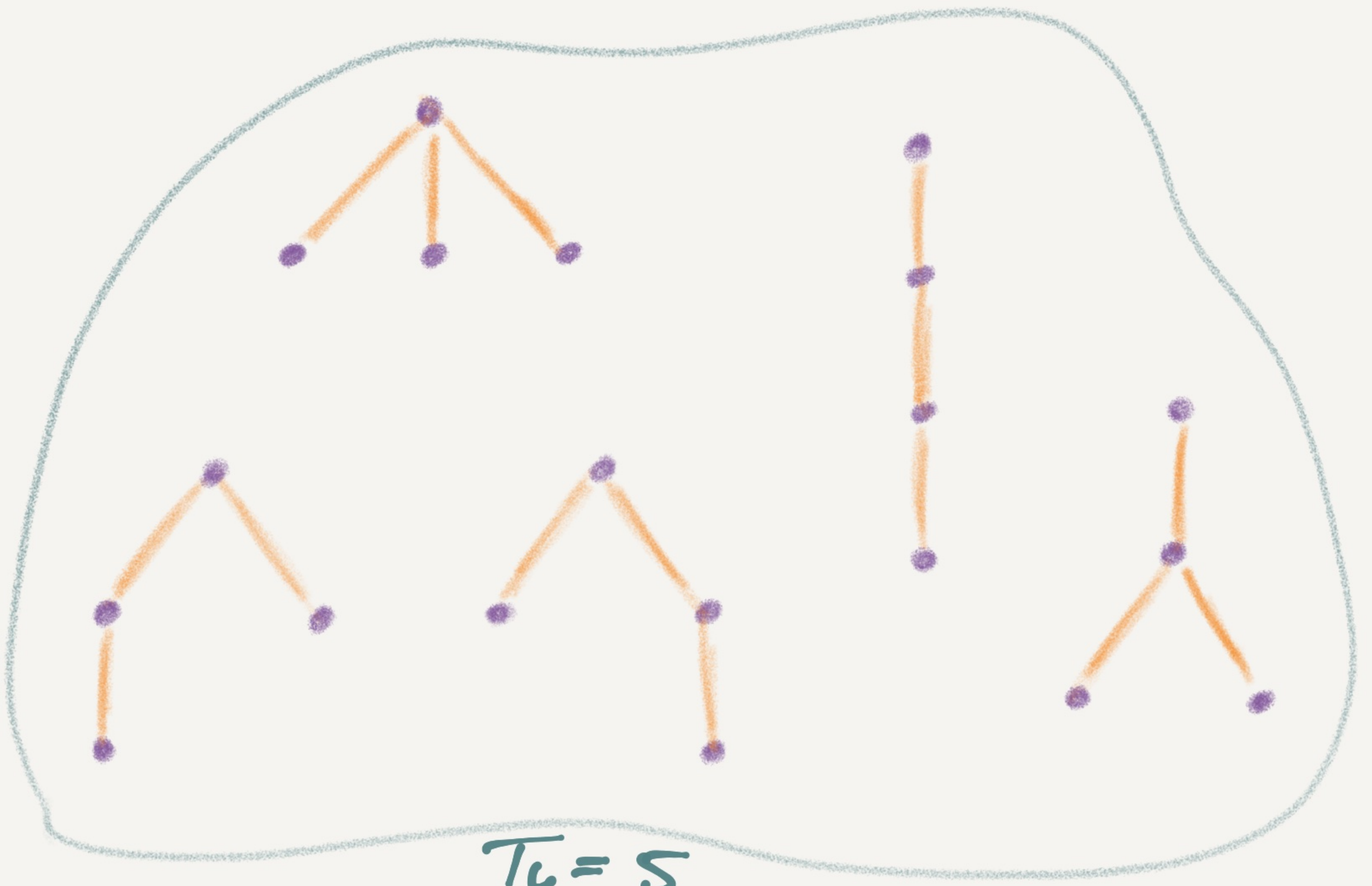
$T_2 = 1$



$T_3 = 2$



$T_4 = 5$



לעיתים מסמנים את  
המחלקה  $a$ - $2$

מחלקה  $MCK$

$X_a$  → מחלקה המכילה את ויק אג הא'זר

$a$  וצורה  $|a|=1$ . הסונקציה היוצרת

המחלקה היא  $X_a(x) = x$ .

המחלקה  $\Sigma$

מסמנים את המחלקה המכילה את

אז מצאנו  $0$ .

$\Sigma(x) = 1 \leftarrow x^0$

ᄒᄒ ᄒᄒᄒᄒ

ᄒᄒᄒᄒ ᄒᄒᄒᄒᄒᄒᄒᄒᄒᄒ

פעולה מתמטית  
על הסט היחידה

פעולה על  
המתחלקות

$$A(x) + B(x)$$

$$A + B$$

איחוד  
ע

פונקציה הבנויה היא  
המושג נאום  $A, B$

$$A(x) \cdot B(x)$$

$$A \times B$$

מכפלה  
קריצית

פונקציה הבנויה היא סכום  
הבנויים  
 $|a \cdot b| = |a| + |b|$

הוכחה

הפונקציה  $A+B$  היא  $\text{קוֹרֵא}$

מהתנאי  
האחרון

$$\sum_{c \in A+B} x^{|c|} = \sum_{a \in A} x^{|a|} + \sum_{b \in B} x^{|b|}$$

$$= A(x) + B(x)$$

כעת יש להוכיח כי  $A+B$  היא פונקציה  
גורם

ולקד' המכילה הקטע' , הפול' היוצ' המכילה  
היא

מבצ' פול' הצ'אד

$$\sum_{c \in A \times B} x^{|c|} \stackrel{=}{=} \sum_{a \in A} \sum_{b \in B} x^{|a|+|b|}$$

"  
(a, b)

$$= \sum_{a \in A} x^{|a|} \sum_{b \in B} x^{|b|}$$

$$= A(x) B(x)$$

ההיג'ן מרחיקה  $A$  נוסף

$$A^2 = A \times A$$

מכאן שאם  
המרחיקה  $A$  היא  
לדיו ב'יג'ן

$$A^3 = A^2 \times A$$

$$(\cong A \times A^2)$$

אז

$$A^k = A^{k-1} \times A$$

ובאופן כללי

ונדע כי הפונ' היוצרת  $A^k$  היא  $A(x)^k$ .

נח'ק אם היב'  $\delta - h = 0$  :  $\xi = A^0$

## עצירת ה-SEQ

אם  $A$  היא מחלקה קואזינג'ורית אז  $SEQ(A)$  היא המחלקה המוצגת "ע" אילוץ  $\leq$  על מכסה קריטית — מכאן אנו רואים כי  $A$  הוא

$$SEQ(A) = A^0 + A^1 + A^2 + \dots$$

$\nearrow$   
 $\Sigma$

הטור הזה מתכנס למכסה  $A$  היא

$$A(x)^0 + A(x)^1 + A(x)^2 + \dots = \boxed{\frac{1}{1 - A(x)}}$$

בערה.

אם  $A$  היא איזומורפיזם מ  $N$  ל  $SEW(A)$  אז

האיזומורפיזם  $SEW(A)$  הוא איזומורפיזם מ  $N$  ל  $SEW(A)$ .

אם  $A$  היא איזומורפיזם מ  $N$  ל  $SEW(A)$  אז

$a, (a, a), (a, a, a), \dots$

צילום

עבור מדידת המחצית הדו-יחידית "מ"ס

הוא הסימבולי

$$SEQ(X_0 + X_1) = SEQ(0+1)$$

ע"כ הפונקציה היוצרת של המדידה היא

הפונקציה היוצרת של  $X_0$

$$\frac{1}{1-(x+x)} = \frac{1}{1-2x}$$

הפונקציה היוצרת של  $X_1$

$$\frac{1}{1-2x} = \sum_{n=0}^{\infty} 2^n x^n$$

מספר המחצית  
הדו-יחידית  
מאונך  $n$

אכן -

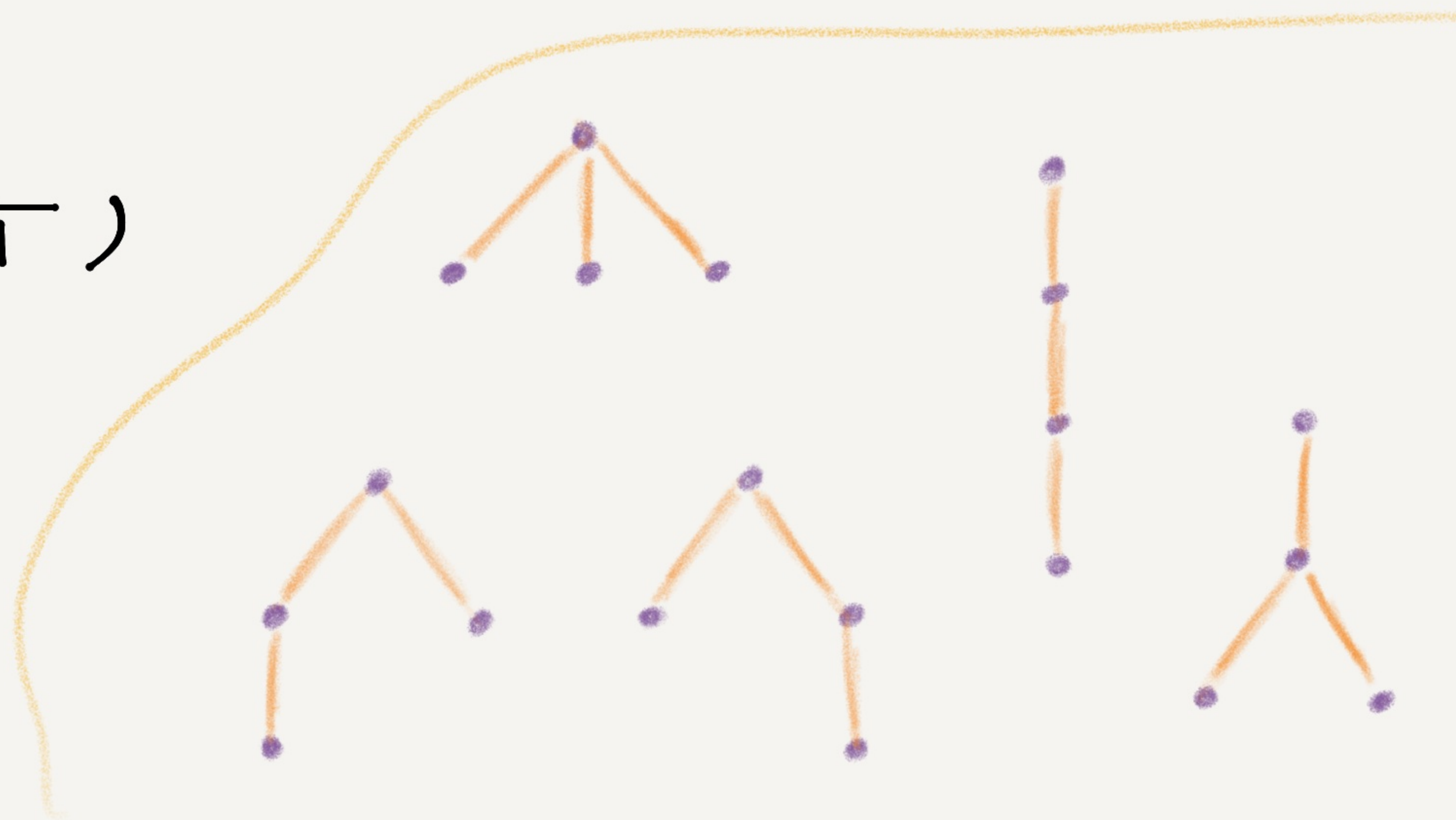
מה לעזר' מחלקת הערים המושלם המזוהים?

נסמן  $\bullet$  את המחלקה האדומה המיועדת

צמח. על מנת להסיר הוא שלב מסוים

ערים. על כן מתקיים **היחס הסימטרי**.

$$T = \bullet \times SEQ(T)$$



$$T = \bullet \times SEQ(T)$$

$\delta$  , הפונקציה  $N \rightarrow N$  המקיימת

$$T(x) = \times \cdot \frac{1}{1-T(x)}$$

$$T(x)^2 - T(x) + x = 0 \quad //c$$

$$T(x) = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x}}{2}$$



$$T(x) = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x}}{2}$$

לדבר כי

$$\sqrt{1-4x} = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{1/2}{n} (-4x)^n$$

1 - 2x + ...

$$T(x) = \frac{1 \pm (1 - 2x + \dots)}{2}$$



כל ה- הוא הסתיון  
הנכונים

$$2T(x) = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \binom{1/2}{n} (-4x)^n$$

108

1021021

$$\forall n \geq 1, \quad \binom{1/2}{n} = \frac{2}{4^n} (-1)^{n+1} C_{n-1}$$

$$2T(x) = 1 - \underbrace{\binom{1/2}{0} (-4x)^0}_1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2 C_{n-1} x^n$$

1011

$$2 \sum_{n=0}^{\infty} T_n x^n$$

$$n \geq 1: \quad T_n = C_{n-1}$$

( $T_0 = ?$ )

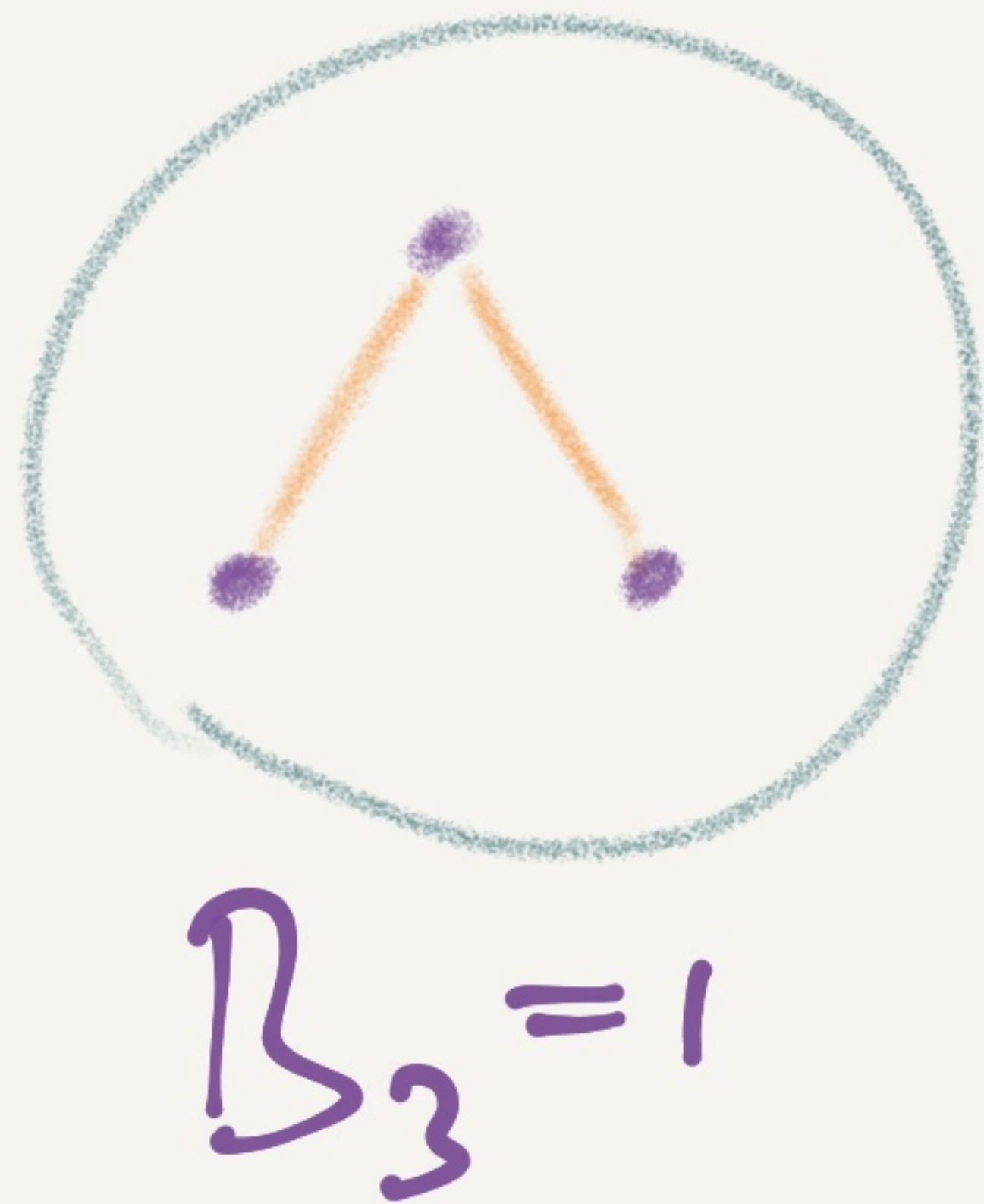
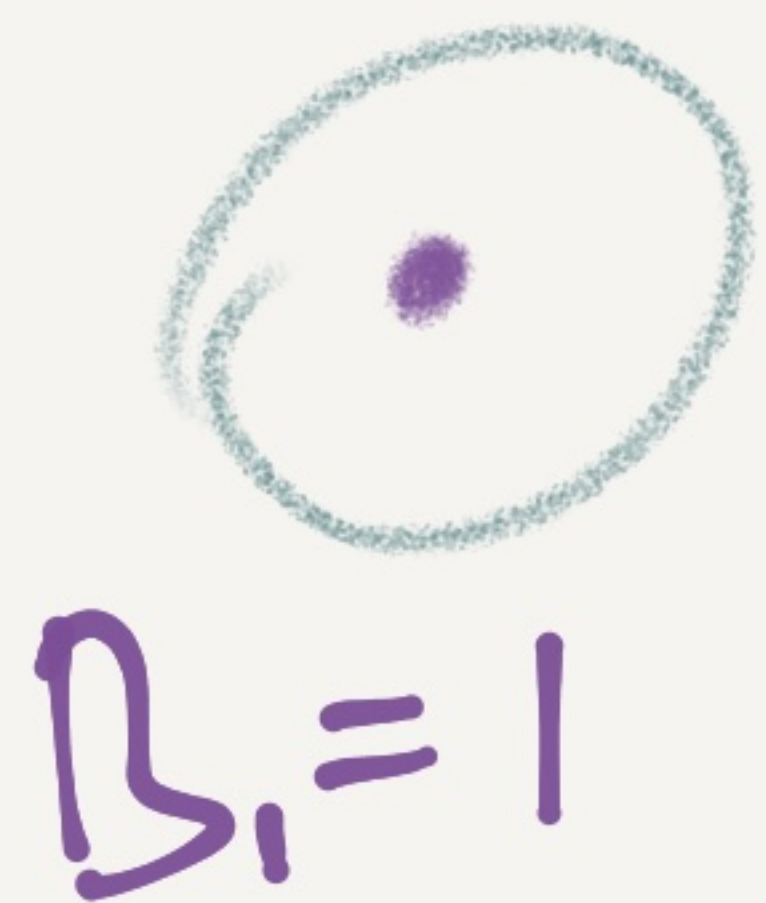


рзх рзр з/х

עצבים ביןאריים

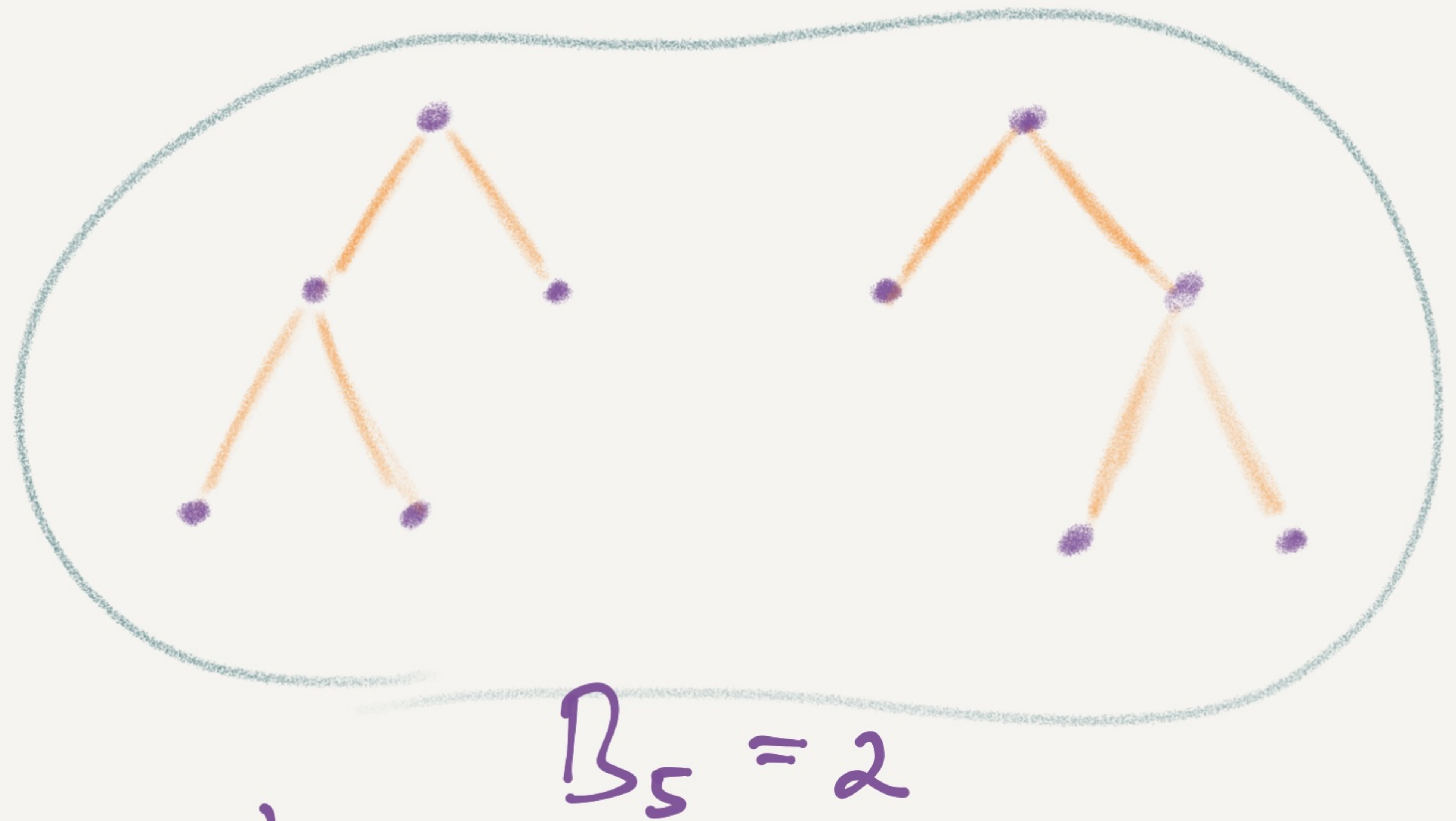
לכל צומת לא יותר  
על 2 יתים

$\mathcal{B}$  = מחלקת העצים הביןאריים המורכבים  
המסומנים גם כן יקרא = מספר הענפים.



$(\mathcal{B}_2 = 0)$

$(\mathcal{B}_4 = 0)$



אף זינא-נאמאלע נאמאלע האט דאס וואס  
 און אף אף אף אף אף אף אף אף אף אף  
 היסטאריע האט אפ

$$B = \bullet \times (\varepsilon + B \times B)$$

וואס היסטאריע האט אפ  $B(x)$  אפאקאפא

$$B(x) = \times (1 + B(x)^2)$$

$$B(x) = x(1 + B(x)^2)$$

$$x B(x)^2 - B(x) + x = 0$$

18

כמו קודם ניקח מינוס

$$B(x) = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4x^2}}{2x}$$

⌊

נסביר כי בעזרה ה קונצ'קט → קונצ'קט

$$T(x) = \frac{1 - \sqrt{1 - 4x}}{2}$$

$$B(x) = \frac{1 - \sqrt{1 - 4x^2}}{2x}$$

$$T(x) = \frac{1 - \sqrt{1 - 4x}}{2}$$

$$xB(x) = T(x^2)$$

108

||

||

$$\sum_{n=0}^{\infty} B_n x^{n+1}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} T_n x^{2n}$$

||  
 $C_{n-1}$

109

$$B_n = \begin{cases} 0 \\ C_{\frac{n-1}{2}} \end{cases}$$

215 n

215-k n

109

שלפס מתחיל

סלפס - רשק ואלחין

ההאכמה מסתמכת על  
התנאים של פיל מילק

על

יהא  $F(x)$  פונקציע וואס איז  $(a_n)_n$  אפילו

$$F(x) = x \cdot \phi(F(x))$$

זעט פונקציע "למשל"  $\phi$  און

ביי האט  
היינט  
למשל

$$a_n \approx \phi'(\tau)^n$$

$$a_n = \left(1 + O\left(\frac{1}{n}\right)\right) \sqrt{\frac{\phi(\tau)}{2\phi''(\tau)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{9\pi n^3}} \phi'(\tau)^n$$

כאטש  $\tau$  איז גענוג גרויס, וועט די פונקציע  $\phi$  אפילו

$$\phi(u) = u \cdot \phi'(u)$$

שאלה: האם יש בדיוק הקושר בין  $\phi$  לבין  $\psi$ ?

מכאן נובע

$$\psi(x) = x(1 + \psi(x)^2)$$

אם

$$\phi(u) = 1 + u^2$$

$$\phi'(u) = 2u$$

אז

המשוואה האופיינית  $\phi(u) = u \cdot \phi'(u)$  מתקרת את ה'א'.

$$1 + u^2 = 2u^2$$

לסדר ה'א' הוא  $\tau = 1$ . אז  $\phi(\tau) = 1$  הוא

$$B_n \approx \phi'(\tau)^n = 2^n$$

יחסים

$$B_n = \left(1 + O\left(\frac{1}{n}\right)\right) \sqrt{\frac{\phi(\tau)}{2\phi''(\tau)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi n^3}} \phi'(\tau)^n$$

כאשר  $\tau=1$  ו-  $\phi(u)=1+u^2$  יחס

$$\phi(\tau) = 2$$

$$\phi''(\tau) = 2$$

$$B_n = \left(1 + O\left(\frac{1}{n}\right)\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi n^3}} \cdot 2^n$$

↗

מנהל ק'חג  $\beta_N$  ו-  $C_{\frac{n-1}{2}}$

האם יש פה משהו ש-1-2-0

אולי 5-1-2  
האם יש פה משהו?

האם יש פה משהו ש-1-2-0  
האם יש פה משהו ש-1-2-0

האם יש פה משהו ש-1-2-0

$$T = \bullet \times (\epsilon + T + T^2)$$

ואם

$$T(x) = \times (\epsilon + T(x) + T(x)^2)$$

$$T(x) = x(1 + T(x) + T(x)^2)$$

נ"ב

$$\phi(u) = 1 + u + u^2$$

$$\Rightarrow \phi'(u) = 2u + 1$$

$$\text{כאן } \phi(u) = u \cdot \phi'(u) \text{ — נחלק ב-} u$$

$$1 + u + u^2 = 2u^2 + u \iff u^2 = 1$$

$$\text{לכן } u = 1 \iff$$

$$T_n \approx \phi'(1)^n = 3^n$$

לעצור כאן.

מקווא שנתנתם בקורים

ושמחתם במה קוללתי/ריקה

עמקה ונצחיה! 

ע"פ