

משחק CHSH והפרת אי-שוויון בל (Bell)

במשחק CHSH משתתפים שני שחקנים קלאסיים אלים ודוד
 שאסור להם לתקשר בזמן המשחק. שוכן בחדר באדמה
 קיבלים $x, y \in \{0, 1\}$ באופן ייחסי ואליהם יש להחליט על תשובה $a, b \in \{0, 1\}$
 והדוד אומר $x \wedge y = a \oplus b$. הם מנצחים אם

$x \backslash y$	0	1
0	0	0
1	0	1

$$x \wedge y = a \oplus b$$

המשחק עצמו הוא מאוד פשוט. האסטרטגיה $a=b=0$ נותנת
 סיכוי הצלחה של 75% (מחצית מהפעמים שיש להם תשובה נכונה
 כי אין להם קואסיט - כלומר לא מנצחים).
 אם האסטרטגיה, אפילו אם נוספה להם shared randomness.

מה שמרתק במשחק זהו לעצם חוקי הפיזיקה הקוונטית, אם
 אלים ודוד חולקים צמד EPR של שני חלקים וכל אחד מהם
 יכול להחליט על תשובה.

$$\cos^2 \frac{\pi}{8} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4} \approx 0.85355$$

קצת היסטוריה

1935 EPR: איינשטיין - פודולסקי - רוזן מצביעים על הפרת חוקי
 הקלאסיקה של מכניקת הקוונטים ופוגעים בה.
 הדיון על קוהרנציה הוא מקומי.

1964 בל (Bell): ג'ון בל הראה באופן מתמטי שחוקי הפיזיקה
 הקלאסיים אינם יכולים להסביר את התוצאות של משחק
 שחקנים קוונטיים מסוג זה.

1969 CHSH: קטאוור, הווק, שימון והולד מנסים לבדוק ניסוי
 של אי-שוויון בל, והם מוכיחים שמשחק CHSH בן-סוגו
 עולה על גבול הקלאסי.

1972 מבחן האלן - קלאצ מאדזים קוראציע דאס
 דפואנים אמאליאם דפדה אל האילאצם הקלאסיים
 והטואע עם דמאציע הקלאסיים :

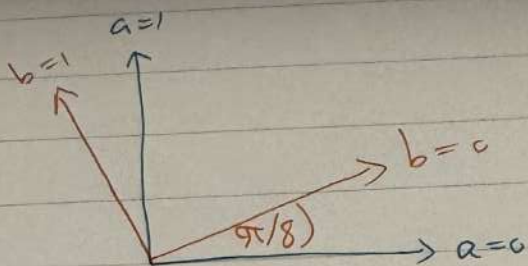
2015 loop-hole-free. שווע ניסויים לזע דאליים סאקעס דו-טני-
 אר דפולציר דמאציע

2022 נאלי. אספרק, קלאצ וצילאנע צאטם דפדס נאלי אל ניסויים
 דפואנים שצארים שפדו אר א-רעווע ד וצילאנע
 וסאקא → דמאציע קוואנט:

אספרק דאליאנע קאם אדאק אדמאציע אר הקלאים שפד
 דמאציע אל דפדס דפדו דם וצילאנע - ד אר דמאציע, דמאציע - אר
 דמאציע שווע דמאציע דמאציע.

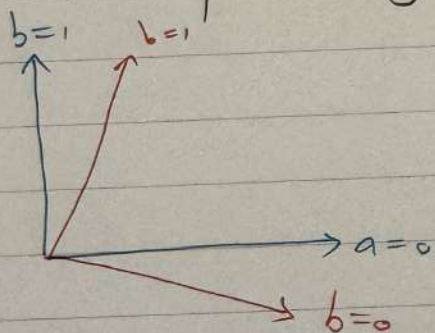
דפואנאקא דאליים. דמאציע דפדס {דאלי, דפד} $X = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$
 $\begin{cases} a=0 & 0 \\ a=1 & 1 \end{cases}$
 דמאציע דפד {דפד, דפד} $\begin{cases} a=0 & + \\ a=1 & - \end{cases}$

דפדאקא דאלי. דמאציע דפד $Y = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$
 $\begin{cases} b=0 & \rightarrow \\ b=1 & \leftarrow \end{cases}$
 $\begin{cases} b=1 & \rightarrow \\ b=0 & \rightarrow \end{cases}$



המקרה $X=Y=0$.
 בעקבות המדידה של אלוס
 עם הכנסת המדידה המקבילה
 המדידה קורים ל- $\cos$ או
 >1 בהסתברות של 0.

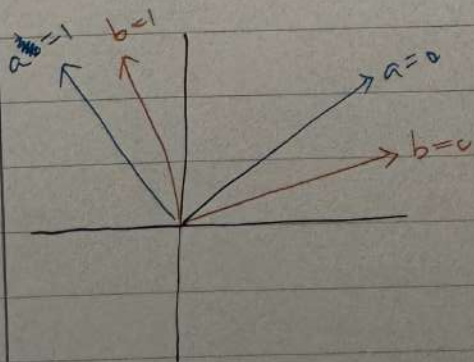
המקרה המאמין שיש מדידה $a=0$. כעת קודם מדידה א-
 המדידה, וההסתברות שיהיה $b=0$ היא $\cos^2 \pi/8$.
 המקרה השני בו אלוס יבוא $a=1$ מדידה באופן זה.



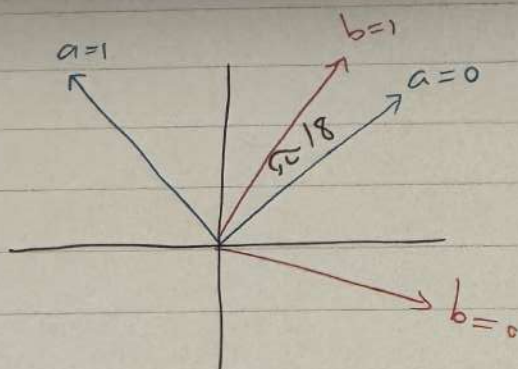
המקרה $X=0, Y=1$.
 האנליזה כאן נדמה למקרה הקודם
 רק ל- $\pi/8$ בן המדידה מדידה
 - $\pi/8$ - האנליזה נעשה דבר זהה
 המדידה.

כעת נסתכל במקרים האחרים נבדוק כי

$$|00\rangle + |11\rangle = |++\rangle + |--\rangle$$



המקרה $X=1, Y=0$.
 אלו המדידות של המקרה $X=Y=0$
 זה - המדידה בן המדידה -
 עדין זהה היא $\pi/8$.



המקרה $x=y=1$
 גם כן, קצת שלילי
 ערכי a, b הם $\pi/8$ קרובים
 $\cos^2 \pi/8$
 אים וקור יחידה עק ענין
 כנראה.

לסיום. למד גורם קרוב ל x, y , ההסתברות
 אים וקור יחידה - כולל האקסיומל היא מכלול
 המידע - היא $\cos^2 \pi/8$, כנראה.

קצת ביחס (Tsirelson bound)
 נראה $\cos^2 \pi/8$ היא הערך האמיתי עבור המחקר CHSH
 עם גורם הקוורנטם. אבל זה הוא ע"י קריס ביחסיו.
 האם נעזר עליו ± 1 במקום $0, 1$. לעזר את המחקר
 המקורי

$$A_x = (-1)^{a_x} \quad B_y = (-1)^{b_y}$$

עבור $x, y \in \{0, 1\}$ בדרך a_x יש המ"מ ממלא את המחקר
 אים קרובים קרובים, וקאלס מר עזר B_y .
 קרובים כי האקסיומל קרובים קרובים

$$W_{win|x,y} = \frac{1 + (-1)^{xy} A_x B_y}{2}$$

10 58

$$\Pr[\text{win}] = \mathbb{E}_{x,y \sim \mathcal{D}_{\text{in}}}[1_{\text{win}} | x, y]$$

$$E_{xy} = E[A_x B_y | x, y]$$

אם כן, בקרי האם א-
הם צ'הסון וי האם ב

$$\Sigma \leq 2\sqrt{2}$$

rien de voir en 1978

מדידות (Projective Measurements) → מדידת מדידת
ניתן להבין קו → אך אקסולר המדידה של המדידה
דמיונים קולומב.

מ'פ'ד: חא'ק'ב'ג - מא'ז'ר'ט "ח" שבתה ב' ג'א

$$\{\pi_m \mid m \in M\}$$

χ קרי, $M \subseteq \mathbb{R}$ מוסל, התק"מ/ג

$$V_{me}/\mu \quad \pi_m = \pi_m^+ = \pi_m^2$$

$$\sum \pi_m = I$$

$$\forall m \neq n \quad \pi_m \pi_n = 0$$

157

כל בסיס של כל המצבים: אם המצב נתון במצב $|\psi\rangle$ כל המצבים $m \in M$ נתון

$$\|\Pi_m |\psi\rangle\|^2 =: P_r[m]$$

במסגרת sanity check:

$$\sum_{m \in M} P_r[m] = \sum_m \|\Pi_m |\psi\rangle\|^2 \stackrel{\substack{\text{orthogonal} \\ \sum \Pi_m = I}}{=} \|\psi\rangle\|^2 = 1$$

$$\frac{\Pi_m |\psi\rangle}{\sqrt{P_r[m]}}$$

אם לאר המצבים קוראים

בין שאלות אחרות: האם המצבים: במקום למדוד אם אולי המצב אינו נתון? אם לא, נצטרך מדידה, ניקח למדוד את המצב האפשרי observable

$$M = \sum_{m \in M} m \Pi_m$$

נתון כי כל האפשריים, וממילא הסתכנו כי אולם המדידה ניקח למדוד כי האפשרי יהיו במצב m או דף ה"ץ האפשרי Π_m המדידה למדידה הקצומים.

קצומים "לוקל קומפטי" - כל המדידה והדיקה את המדידה המדידה - observable - המדידה $|\psi\rangle$:

$$\pi_m^+ \pi_m = \pi_m^2$$

$$\langle \psi | \hat{T}_m'' | \psi \rangle$$

$$= \langle \psi | \sum_m \pi_m | \psi \rangle = \langle \psi | M | \psi \rangle.$$

$x \in \{0,1\}$, γ $A_x \rightarrow \mu_j$. CHSH קלאסיקה
 קלאסיקה x $\mu_j \rightarrow$ אירוע $\rightarrow$ observable $\rightarrow$ x
 : $(\pm 1 - 5)$ μ_j

$$A_0 = 1 \cdot |0 \times 0| + (-1) \cdot |1 \times 1|$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = Z$$

$$A_1 = | +X+ | - | -X- |$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = X$$

B_0, B_1 ~ 178 $\frac{1}{\mu}$ ~ 161

17) Is μ_{CH_4} more or less observable?

$$C = A_0 \otimes (B_0 + B_1) + A_1 \otimes (B_0 - B_1)$$

...

$$C^2 = 4I - [A_0, A_1] \otimes [B_0, B_1]$$

$$\|x \otimes y\| = \|x\| \|y\|$$

פ 8

$$\|C\|^2 = \|C^2\| \leq 4 + \|[A_0, A_1]\| \|[B_0, B_1]\|$$

נבדוק $\rightarrow$ נציב $A_x, B_y = e$ כיון

$$\|A_0 A_1\| = \|A_1 A_0\| = \|B_0 B_1\| = \|B_1 B_0\| = 1$$

פ 9

$$\|[A_0, A_1]\| = \|A_0 A_1 - A_1 A_0\| \leq \|A_0 A_1\| + \|A_1 A_0\| = 2$$

נבדוק, $\|[B_0, B_1]\| \leq 2$ - סוף מלא

$$\|C\|^2 \leq 8$$

ii) נבדוק כי עבור כל $|\psi\rangle$ נקבל $\|C\| \leq 2\sqrt{2}$ מכל
 נבדוק (מכל $|\psi\rangle$ נקבל

$$|S| \leq |\langle \psi | C | \psi \rangle| \leq \|C\| = 2\sqrt{2}$$