

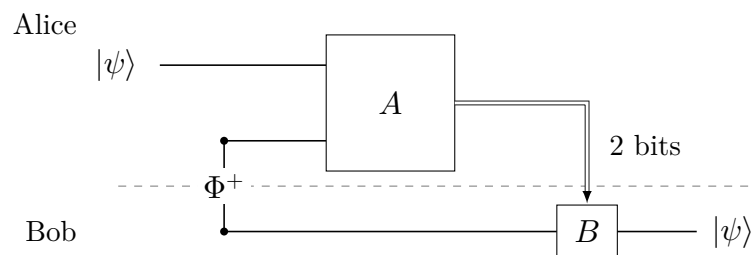
טלפורטציה קוונטית

טלפורטציה קוונטית היא פרוטוקול להעברת מצב קוונטי לא ידוע ממקום אחד למקום אחר, בלי לשלוח את החלקיק הנושא אותו. אליס מחזיקה בקיוביט במצב

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1,$$

ורוצה להעביר את המצב לבוב. לשם כך הם משתמשים בזוג קיוביטים שזורים שחלקו מראש ובשני ביטים קלאסיים של תקשורת. חשוב: אנחנו מעבירים מידע קוונטי, לא חומר.

הפרוטוקול הוצע בשנת 1993 על ידי Bennett, Brassard, Crépeau, Jozsa, Peres and Wootters. מאז הוא הודגם בניסויים רבים. למשל, בשנת 2017 הודגמה טלפורטציה של מצבי קיוביט מתחנה קרקעית ללוויין, על פני מרחק של עד 1,400 קילומטרים.



איור 1: אליס ובוב חולקים מראש זוג שזור. במהלך הפרוטוקול עוברים ביניהם רק שני ביטים קלאסיים.

נחלק את ההסבר לשני שלבים:

1. נראה כיצד לבצע טלפורטציה בהנחה שאפשר להפעיל שער CNOT בין קיוביט של אליס לקיוביט של בוב.

2. נראה כיצד להשיג את הפעולה הדרושה באמצעות שזירה ותקשורת קלאסית בלבד.

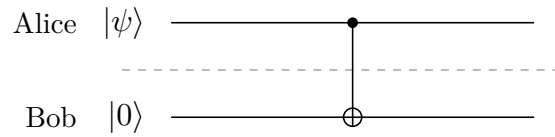
כך נבין קודם מה אנחנו רוצים לעשות, ורק אחר כך איך עושים זאת כאשר אליס ובוב רחוקים זה מזה.

1 טלפורטציה בהינתן הפעולה המבוזרת

נניח תחילה שאליס ובוב יכולים לבצע את הפעולה

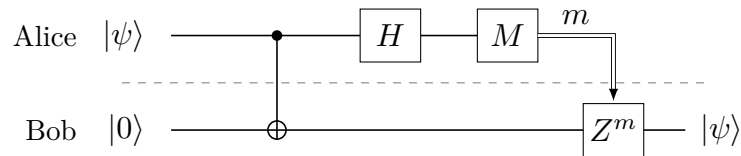
$$\text{CNOT}(|\psi\rangle \otimes |0\rangle) = \alpha|00\rangle + \beta|11\rangle.$$

הקיוביט של אליס הוא קיוביט הבקרה, והקיוביט של בוב מאותחל למצב $|0\rangle$.



איור 2: הפעולה שנרצה לממש כאשר קיוביט הבקרה נמצא אצל אליס וקיוביט המטרה אצל בוב.

כעת אליס מפעילה שער הדמרד על הקיוביט שלה, ומודדת אותו בבסיס החישובי:



איור 3: לאחר המדידה אליס שולחת לבוב ביט אחד. האות M מציינת מדידה בבסיס החישובי, והקו הכפול מציין תקשורת קלאסית.

אחרי הפעלת ההדמרד בצד של אליס נקבל

$$\begin{aligned} (H \otimes I)(\alpha |00\rangle + \beta |11\rangle) &= \alpha |+\rangle \otimes |0\rangle + \beta |-\rangle \otimes |1\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha |00\rangle + \alpha |10\rangle + \beta |01\rangle - \beta |11\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle \otimes (\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle) + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \otimes (\alpha |0\rangle - \beta |1\rangle). \end{aligned}$$

לכן אליס מודדת 0 בהסתברות

$$\left| \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \right|^2 + \left| \frac{\beta}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{|\alpha|^2 + |\beta|^2}{2} = \frac{1}{2},$$

ובמקרה זה המצב המשותף לאחר המדידה הוא

$$|0\rangle \otimes |\psi\rangle.$$

בהסתברות $1/2$ היא מודדת 1, והמצב המשותף לאחר המדידה הוא

$$|1\rangle \otimes (\alpha |0\rangle - \beta |1\rangle).$$

מכאן הפרוטוקול ברור: אליס שולחת לבוב את תוצאת המדידה שלה באמצעות ביט קלאסי אחד. אם יצא 0, בוב לא עושה דבר. אם יצא 1, הוא מפעיל את שער פאולי Z על הקיוביט שלו:

$$Z(\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle) = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = |\psi\rangle.$$

בשני המקרים בוב מקבל את המצב הרצוי.

סיכום ביניים. עד כה לא השתמשנו בווזן שזור שחולק מראש, ונעזרנו רק בביט קלאסי אחד של תקשורת. אבל הנחנו שאנחנו יודעים לבצע את פעולת ה- CNOT המבוזרת. עכשיו צריך לפרוע את החוב הזה.

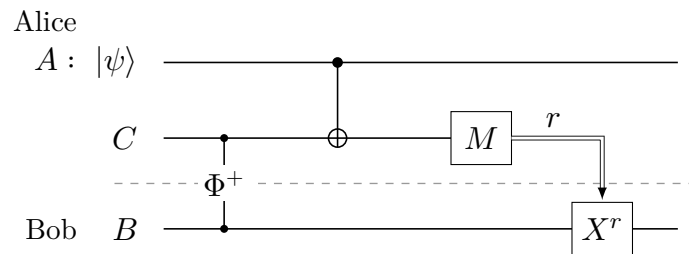
2 מימוש הפעולה המבוזרת באמצעות זוג שזור

נסמן את קיוביט הקלט של אליס ב- A , את הקיוביט הנוסף שלה ב- C , ואת הקיוביט של בוב ב- B . אליס ובוב חולקים מראש זוג EPR במצב

$$|\Phi^+\rangle_{CB} = \frac{|00\rangle_{CB} + |11\rangle_{CB}}{\sqrt{2}}.$$

סדר הקיוביטים בחישובים הבאים הוא A, C, B .

כפי שמתואר באיור, אליס מפעילה שער CNOT על שני הקיוביטים שלה, כאשר A הוא קיוביט הבקרה ו- C הוא קיוביט המטרה. לאחר מכן היא מודדת את C בבסיס החישובי ושולחת לבוב את תוצאת המדידה.



איור 4: בעזרת זוג שזור וביט קלאסי אחד מתקבל על הקיוביטים A, B המצב $\alpha|00\rangle + \beta|11\rangle$.

נראה מה קורה אחרי הפעלת השער:

$$\begin{aligned} & (\text{CNOT} \otimes I) \left(|\psi\rangle_A \otimes \frac{|00\rangle_{CB} + |11\rangle_{CB}}{\sqrt{2}} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\text{CNOT} \otimes I) (\alpha|000\rangle + \alpha|011\rangle + \beta|100\rangle + \beta|111\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\alpha|000\rangle + \alpha|011\rangle + \beta|110\rangle + \beta|101\rangle). \end{aligned}$$

אם אליס מודדת $r = 0$, דבר שקורה בהסתברות

$$\frac{|\alpha|^2}{2} + \frac{|\beta|^2}{2} = \frac{1}{2},$$

המצב המשותף של הקיוביט הראשון שלה ושל הקיוביט של בוב הוא

$$\alpha |00\rangle_{AB} + \beta |11\rangle_{AB},$$

כפי שרצינו. אם היא מודדת $r = 1$, גם כן בהסתברות $1/2$, המצב של שני הקיוביטים הנותרים הוא

$$\alpha |01\rangle_{AB} + \beta |10\rangle_{AB}.$$

זה עוד לא המצב שחיפשנו, אבל קל לתקן זאת. אליס שולחת לבוב את תוצאת המדידה שלה. אם יצא 1, הוא מפעיל את שער פאולי X על הקיוביט שלו, ומקבל

$$(I \otimes X)(\alpha |01\rangle + \beta |10\rangle) = \alpha |00\rangle + \beta |11\rangle.$$

אם יצא 0, הוא לא עושה דבר.

3 מחברים את שני השלבים

כעת אפשר לחבר את שני החלקים לפרוטוקול אחד:

1. אליס ובוב חולקים מראש זוג EPR. אליס מפעילה שער CNOT על שני הקיוביטים שלה ומודדת את הקיוביט הנוסף. היא שולחת לבוב את התוצאה r , והוא מפעיל X^r . כעת המצב המשותף הוא $\alpha |00\rangle + \beta |11\rangle$.

2. אליס מפעילה H על קיוביט הקלט ומודדת אותו. היא שולחת לבוב את התוצאה m , והוא מפעיל Z^m . הקיוביט של בוב נמצא כעת במצב $|\psi\rangle$.

בסך הכול השתמשנו בזוג שזור אחד, בפעולות מקומיות ובשני ביטים קלאסיים של תקשורת מאליס לבוב. אין צורך בתקשורת מבוב לאליס. אפשר גם לדחות את התיקונים של בוב עד לקבלת שני הביטים: הפעולה X^r על הקיוביט שלו מתחלפת עם הפעולות של אליס על הקיוביט שלה. במקרה זה בוב מפעיל תחילה X^r ואחר כך Z^m , כלומר את האופרטור $Z^m X^r$.

4 כמה הערות

- מה קרה לעיקרון אי השכפול? המצב המקורי $|\psi\rangle$ אינו נשאר אצל אליס: קיוביט הקלט שלה נמדד בבסיס החישובי. בסיום הפרוטוקול המצב נמצא אצל בוב, ואין בידיהם שני עותקים שלו.
- שני ביטים מעבירים מצב קוונטי שלם? זה אחד ההיבטים המפתיעים של הפרוטוקול. אבל שני הביטים אינם תיאור קלאסי של המקדמים α, β . למעשה, ארבע התוצאות האפשריות של שתי המדידות מתקבלות כל אחת בהסתברות $1/4$, בלי תלות במצב הקלט. המשאב הנוסף הוא הזוג השזור שחולק מראש; שני ביטים קלאסיים לבדם אינם מספיקים.
- אין כאן העברת מידע מהירה מן האור. אין בפרוטוקול מגבלה עקרונית על המרחק בין אליס לבוב, אבל בוב צריך לקבל את הביטים הקלאסיים כדי לדעת איזה תיקון להפעיל. לכן הטלפורמציה אינה מאפשרת להעביר מידע מהר יותר ממהירות האור. כמו כן, חלוקת הזוג השזור מראש היא חלק מן המשאבים הנדרשים לפרוטוקול.
- אז מה בכל זאת משתנה ברגע המדידה? כאשר מתנים בתוצאת המדידה של אליס, התיאור של מצבו של בוב אכן משתנה. עם זאת, כל עוד בוב אינו יודע את התוצאות ולא ביצע את התיקונים, הסטטיסטיקה של כל מדידה שהוא יכול לבצע על הקיוביט שלו אינה תלויה במצב הקלט. בפרט, הוא אינו יכול לזהות מתוך מדידה מקומית אם אליס כבר מדדה. ההבחנה בין קורלציות קוונטיות לבין העברת מידע חשובה כאן מאוד. נחזור אליה ביחידה הבאה, כשנעסוק באי־שוויון בל.